

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Кийдан Ольга Вячеславовна  
Должность: Заместитель директора по УР  
Дата подписания: 26.01.2019  
Уникальный программный ключ:  
a2a2319df162d74b91cd23ebb9334b717bafdfce

Лянторский нефтяной техникум

(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего образования «Югорский государственный университет»

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**по выполнению самостоятельной работы**

**по дисциплине Численные методы**

**специальность 09.02.07 Информационные системы и программирование**

г.Лянтор

2019г.

**УДК 519.6**  
**ББК 22.193**  
**М54**

Рекомендовано Методическим советом ЛНТ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ» в качестве учебно-методического пособия. Протокол № 3 заседания Методического совета ЛНТ от 22.11.2019 г.

**Методические указания по выполнению самостоятельной работы по дисциплине Численные методы специальность 09.02.07 Информационные системы и программирование [Текст]: учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование/ Составитель О.В.Кийдан ; М-во науки и высшего образования РФ, ЛНТ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ». – Лянтор: ЛНТ, 2019. – 19 с.**

**УДК 519.6**  
**ББК 22.193**

## Содержание

	СТР.
Пояснительная записка	4
1 Карта самостоятельной работы обучающегося	5
2 Порядок выполнения самостоятельной работы обучающимся	6
2.1 Инструкции по выполнению различных видов самостоятельной работы, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины	6
2.2 Методические указания по выполнению самостоятельной работы	7

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению самостоятельной работы (далее – методические указания) составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины ОП.10 Численные методы

Содержание методических указаний соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

**Целью** методических указаний является оказание помощи обучающимся в выполнении самостоятельной работы по учебной дисциплине Численные методы

**Задачами** методических указаний по организации самостоятельной работы являются:

- активизация самостоятельной работы обучающихся;
- определение содержания самостоятельной работы обучающихся;
- установление требований к различным формам самостоятельной работы;
- определение порядка выполнения самостоятельной работы обучающимися;
- формулирование методических рекомендаций по выполнению самостоятельной работы.

Методические указания состоят из карты самостоятельной работы обучающегося, порядка выполнения самостоятельной работы обучающимся, инструкции по выполнению различных видов самостоятельной работы, методических указаний по выполнению, списка рекомендованной литературы.

В карте самостоятельной работы указаны:

- номер самостоятельной работы;
- наименование темы, по которой запланировано выполнение самостоятельной работы;
- наименование самостоятельной работы;
- вид работы;
- количество часов на выполнение;
- формы контроля;
- формируемые общие и профессиональные компетенции (ОК, ПК).

Для выполнения самостоятельной работы рекомендуется пользоваться конспектами занятий, учебной литературой, которая предложена в списке рекомендуемой литературы, Интернет-ресурсами или другими источниками по усмотрению обучающегося.

При освоении учебной дисциплины ОП. 10 Численные методы предусматриваются различные виды самостоятельной работы обучающегося:

1) *для освоения теоретических знаний:*

- чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы и т.д.);
- анализ, структурирование и логически последовательное изложение текста в виде конспекта;
- выписки из текста;

–2) *для закрепления и систематизации полученных знаний:*

- анализ конспекта лекции, учебного материала;
- составление ответов на контрольные вопросы;

3) *для формирования компетенций:*

- решение задач и упражнений по образцу;
- решение вариативных задач и упражнений;
- подготовка к практическим занятиям;

Выполнение самостоятельной работы обучающихся оценивается и фиксируется в журнале учебных занятий группы на календарный учебный год.

**1 КАРТА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

<b>№ работы</b>	<b>Наименование темы</b>	<b>Наименование самостоятельной работы</b>	<b>Вид работы</b>	<b>Форма контроля</b>	<b>Кол-во часов</b>	<b>Формируемые ОК, ПК</b>
<b>1</b>	Тема 1. Элементы теории погрешностей	Составление опорного конспекта «Элементы теории погрешностей»	Работа над материалом учебника	оценка выполнения самостоятельной работы устный опрос , тестирование	1	
<b>2</b>	Тема 2. Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений	Работа с конспектами лекций «Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений»	Работа с дополнительной учебной и литературой	оценка выполнения самостоятельной работы устный опрос	2	
<b>3</b>	Тема 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений	Решение задач на тему «Решение систем линейных алгебраических уравнений»	Выполнение индивидуальных заданий	оценка выполнения самостоятельной работы устный опрос	2	
<b>4</b>	Тема 4. Интерполирование и экстраполирование функций	Подготовка к практическим занятиям «Интерполирование и экстраполирование функций»	Работа над конспектом	оценка выполнения самостоятельной работы	2	
<b>5</b>	Тема 5. Численное интегрирование	Работа с конспектами лекций «Численное дифференцирование»	Работа над конспектом Выполнение индивидуальных заданий	оценка выполнения самостоятельной работы	1	
<b>6</b>	Тема 6. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Работа с конспектами лекций «Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений»	Работа над конспектом Выполнение индивидуальных заданий	оценка выполнения внеаудиторной самостоятельной работы	2	
					<b>Итого 10</b>	

## **2 Порядок выполнения самостоятельной работы обучающимся**

### **2.1 Инструкции по выполнению различных видов самостоятельной работы, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины**

#### **1. Работа с дополнительной учебной литературой.**

Одним из видов самостоятельной работы обучающихся является работа с дополнительной литературой, а именно, выполнение заданий, подготовка ответов на вопросы, решение задач. Преподаватель даёт обучающимся задание в учебнике. Обучающиеся, используя дополнительную литературу, самостоятельно выполняют работу.

Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы студент должен стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале. Заканчивать подготовку следует составлением плана (конспекта) по изучаемому материалу (вопросу). Это позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам. В процессе самостоятельной подготовки к занятиям рекомендуется проговаривание материала вслух, во время которого закрепляются знания, а также приобретает практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь. При необходимости следует обращаться за консультацией к преподавателю.

#### **2. Работа над конспектом лекций**

Лекция – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины.

Как работать с конспектом лекции:

- 1) нужно перечитать написанный конспект в тот же день;
- 2) после следующей лекции прочитать конспекты предыдущей и новой, и далее по мере накопления материала перечитывать его, тем самым материал откладывается в памяти;
- 3) запоминать термины (пассивный лексикон должен переходить в активный, чтобы хорошо излагать их при ответе на зачете)

Работу над конспектом следует продолжить и после лекции. Немаловажное значение имеет упорядочение записей лекции, которое заключается в определенной доработке конспекта – дополнении, исправлении новых терминов и т.д. Следует это делать систематически, в процессе работы над учебной монографической литературой. Наконец, доработка конспектов заключается в освоении записей, схем, рисунков, сделанных в ходе лекции не всегда четко и точно.

Систематическая работа студентов над конспектами лекций (некоторые обращаются к ним только при подготовке к семинарским занятиям, зачету или экзамену) обеспечит им приобретение прочных и твердых знаний.

#### **3. Выполнение индивидуальных заданий.**

Индивидуальные задания включают в себя аналитический материал теоретического и практического характера. Цель этого материала заключается в закреплении полученных студентами на лекциях и при самостоятельном чтении учебной литературы знаний и практических навыков. К выполнению каждого задания необходимо приступать только после ознакомления с материалами учебной литературы и конспектом лекций к соответствующей теме. Задание может включать в себя анализ содержания терминов, а также решение практических задач

## 2.2 Методические указания по выполнению самостоятельной работы

### Тема 1. Элементы теории погрешностей

**Самостоятельная работа №1.** Составление опорного конспекта «Элементы теории погрешностей»

*Методические указания по выполнению самостоятельной работы*

**Задание 1.** Выучить теоретический материал.

**Задание 2.** Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала

1. Точные и приближенные числа
2. Абсолютная и относительная погрешность

**Задание 3** Выполнить тестовые задания

**1. Погрешность числа – это**

- 1) степень отличия приближенного значения числа от точного значения
- 2) мера неточности числа
- 3) мера точности числа
- 4) процент точности числа

**2. Модуль разности между точным и приближенным значением – это**

- 1) относительная погрешность
- 2) абсолютная погрешность
- 3) точность
- 4) в списке нет правильного ответа

**3. Относительная погрешность выражается отношением**

- 1) абсолютной погрешности к модулю разности приближенного и точного чисел
- 2) модуля приближенного числа к абсолютной погрешности
- 3) абсолютной погрешности к модулю приближенного значения
- 4) в списке нет правильного ответа

**4. Формула для определения абсолютной погрешности числа это**

- 1)  $\Delta(a) = a - a^*$
- 2)  $\delta(a) = a \cdot a^*$
- 3)  $\Delta(a) = \frac{a^*}{a}$
- 4)  $\Delta(a) = |a - a^*|$

**5. Формула для определения относительной погрешности числа – это**

- 1)  $\delta(a) = \frac{\Delta a}{|a|}$
- 2)  $\delta(a) = a - a^*$
- 3)  $\delta(a) = \frac{a}{\Delta(a)}$
- 4)  $\Delta(a) = a + a^*$

**6. Абсолютная погрешность числа измеряется**

- 1) в долях

- 2) в тех же единицах измерения, что и само число
- 3) в процентах
- 4) это безразмерная величина

**7. Относительная погрешность числа измеряется**

- 1) это безразмерная величина
- 2) в процентах
- 3) в процентах или долях
- 4) в тех же единицах измерения, что и само число

**8. Погрешность, обусловленная выполнением действий над данными, полученными с ограниченной точностью, это**

- 1) погрешность округления
- 2) погрешность метода
- 3) в списке нет правильного ответа
- 4) неустраняемая погрешность

**9. Степень отличия приближенного числа от его точного значения это**

- 1) погрешность
- 2) приближение
- 3) удаление
- 4) разность

**10. При вычислении погрешности результата сложения двух приближенных чисел**

- 1) их абсолютные погрешности вычитаются
- 2) их абсолютные погрешности складываются
- 3) их абсолютные погрешности делятся
- 4) их абсолютные погрешности перемножаются

**11. При вычислении погрешности результата, полученного при вычитании из одного приближенного числа другого**

- 1) их абсолютные погрешности вычитаются
- 2) их абсолютные погрешности делятся
- 3) их абсолютные погрешности складываются
- 4) их абсолютные погрешности перемножаются

**12. При вычислении погрешности результата, полученного при умножении приближенных чисел друг на друга,**

- 1) их относительные погрешности перемножаются
- 2) их относительные погрешности вычитаются
- 3) их относительные погрешности делятся
- 4) их относительные погрешности складываются

**13. При вычислении погрешности результата, полученного при возведении приближенного числа в степень,**

- 1) относительная погрешность числа умножается на показатель степени
- 2) относительные погрешности числа и показателя степени перемножаются
- 3) относительная погрешность числа делится на показатель степени
- 4) относительные погрешности числа и показателя степени складываются

**14. Чтобы повысить точность результата вычислений численными методами, надо**

- 1) увеличить величину заданной погрешности результата
- 2) уменьшить величину заданной погрешности результата



- 3) увеличить количество итераций
- 4) в списке нет правильного ответа

**15. Погрешность численного решения задачи определяется**

- 1) обусловленностью решаемой задачи
- 2) погрешностью представления вещественных чисел в компьютере
- 3) чувствительностью вычислительного алгоритма к погрешностям округления
- 4) значением исходных данных

**16. Относительной погрешностью приближенного числа, для записи которого использовано выражение  $32. \pm 0.1$ , является**

- 1) 3%
- 2) 0.3201
- 3) 320.1
- 4) 0.003

**17. Абсолютная погрешность приближенного числа 81.12, имеющего относительную погрешность 0.1%, равна**

- 1) 0.08612
- 2) 0.008612
- 3) 8.612
- 4) 8.612

**18. Абсолютная погрешность разности двух приближенных чисел  $(a - b)$ , если  $\Delta_a = 0.1$ , а  $\Delta_b = 0.11$ , равна**

- 1) 0.01
- 2) 0.21
- 3) 0.011
- 4) 0.001

**19. Абсолютная погрешность суммы двух приближенных чисел  $(a + b)$ , если  $\Delta_a = 0.1$ , а  $\Delta_b = 0.12$ , равна**

- 1) 0.022
- 2) 0.012
- 3) 0.22
- 4) 0.001

**20. Относительная погрешность произведения двух приближенных чисел  $(a \cdot b)$ , если  $\delta_a = 0.1$ , а  $\delta_b = 0.2$ , равна**

- 1) 0.002
- 2) 0.001
- 3) 0.0021
- 4) 0.3

**21. Относительная погрешность частного от деления двух приближенных чисел  $(a/b)$ , если  $\delta_a = 0.1$ , а  $\delta_b = 0.2$ , равна**

- 1) 0.3
- 2) 0.5
- 3) 0.002
- 4) 0.0021

22. Относительная погрешность результата, полученного при вычислении  $\sqrt{a}$ , если  $\delta_a = 0.2$

, равна

- 1) 0.4
- 2) 0.1
- 3) 0.003
- 4) 0.002

*Рекомендуемая литература:*

O1, стр 115

O2, стр 150

Д1, стр 25

**Тема 2.** Приближённые решения алгебраических и трансцендентных уравнений

**Самостоятельная работа №2** Работа с конспектами лекций «Приближенные решения алгебраических и трансцендентных уравнений»

*Методические указания по выполнению самостоятельной работы*

**Задание 1.** Выучить материал лекции.

**Задание 2.** Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала

1. Графические методы решения уравнений.
2. Отделение корней
  - Графический метод отделения корней.
  - Аналитический метод отделения корней.

**Задание 3** Разработать требования к уточнению корня методом хорд или касательных с точностью до 0,001. Реализовать этот метод в MS Excel

1. Решить уравнение  $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$ .
2. Решить уравнение  $\lg x - 3x + 5 = 0$ .
3. Решить уравнение  $2^x = 2x$ .

Алгоритм метода

1. Задать уравнение:  $f(x)=0$
2. Определить интервал, содержащий корень:  
 $a=$   
 $b=$
3. Найти производные:  
 $f'(x)=\dots$   
 $f''(x)=\dots$
4. Найти  
 $f(a)=$                        $f(b)=$   
 $f'(a)=\dots$                  $f''(b)=\dots$   
По результатам вычислений определить  $x_0$
5.  $x_0=$
6. Оформить и заполнить таблицу:

$x_0$	$f(x_0)$	$f''(x_0)$	$X_{n+1}=x_0 - f(x_0)/ f''(x_0)$	$\Delta= 0- f(x_0) $

Рекомендуемая литература:

O1, стр 109

O2, стр 138

### Тема 3. Решение систем линейных алгебраических уравнений

#### Самостоятельная работа №3 Решение задач на тему «Решение систем линейных алгебраических уравнений»

Методические указания по выполнению самостоятельной работы

**Задание 1.** Выучить материал лекции.....

**Задание 2** Реализация метода Крамера в среде Excel.

$$\text{№ 1.} \begin{cases} 0,63x_1 + 1,00x_2 + 0,71x_3 + 0,34x_4 = 2,08; \\ 1,17x_1 + 0,18x_2 - 0,65x_3 + 0,71x_4 = 0,17; \\ 2,71x_1 - 0,75x_2 + 1,17x_3 - 2,35x_4 = 1,28; \\ 3,58x_1 + 0,21x_2 - 3,45x_3 - 1,18x_4 = 0,05. \end{cases}$$

$$\text{№ 2.} \begin{cases} 3,51x_1 + 0,17x_2 + 3,75x_3 - 0,28x_4 = 0,75; \\ 4,52x_1 + 2,11x_2 - 0,11x_3 - 0,12x_4 = 1,11; \\ -2,11x_1 + 3,17x_2 + 0,12x_3 - 0,15x_4 = 0,21; \\ 3,17x_1 + 1,81x_2 - 3,17x_3 + 0,22x_4 = 0,05. \end{cases}$$

$$\text{№ 3.} \begin{cases} 0,17x_1 + 0,75x_2 - 0,18x_3 + 0,21x_4 = 0,11; \\ 0,75x_1 + 0,13x_2 + 0,11x_3 + 1,00x_4 = 2,00; \\ -0,33x_1 + 0,11x_2 + 3,01x_3 - 2,01x_4 = 0,11; \\ 0,11x_1 + 1,12x_2 + 1,11x_3 - 1,31x_4 = 0,13. \end{cases}$$

$$\text{№ 4.} \begin{cases} -1,00x_1 + 0,13x_2 - 2,00x_3 - 0,14x_4 = 0,15; \\ 0,75x_1 + 0,18x_2 - 0,21x_3 - 0,77x_4 = 0,11; \\ 0,28x_1 - 0,17x_2 + 0,39x_3 + 0,48x_4 = 0,12; \\ 1,00x_1 + 3,14x_2 - 0,21x_3 - 1,00x_4 = -0,11. \end{cases}$$

$$\text{№ 5.} \begin{cases} 3,01x_1 - 0,14x_2 + 1,00x_3 - 0,15x_4 = 1,00; \\ -1,75x_1 + 1,11x_2 + 0,13x_3 - 0,75x_4 = 0,13; \\ 0,17x_1 - 2,11x_2 + 0,71x_3 - 1,71x_4 = 1,00; \\ 0,21x_1 + 0,21x_2 + 0,35x_3 + 0,33x_4 = 0,17. \end{cases}$$

Коэффициенты исходной системы внесём в ячейки блока **A3:E6** (рис. 10.1). В ячейках блока **A9:D12** заносим значения определителя  $\Delta x_1$ . В ячейках блока **A15:D18** заносим значения определителя  $\Delta x_2$ . В ячейках блока **A21:D24** заносим значения определителя  $\Delta x_3$ . В ячейках блока **A27:D30** заносим значения определителя  $\Delta x_4$ .

В ячейку G3 вводим формулу = **МОПРЕД (A3:D6)** (рис. 10.2) для вычисления главного определителя. В строке *Массив* записываем массив значений для вычислений определителя.

Аналогично определяем значения вспомогательных определителей:

$$\Delta x_1 : H3 = \text{МОПРЕД}(A9:D12) \quad \Delta x_1 = 40$$

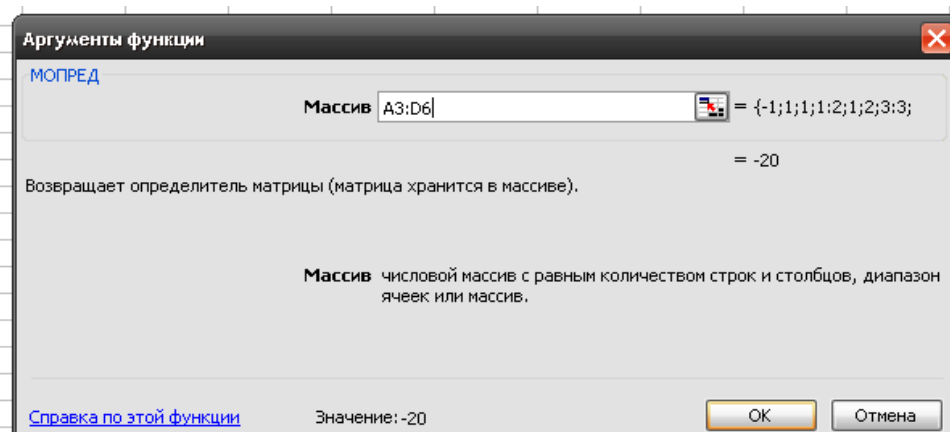
$$\Delta x_2 : I3 = \text{МОПРЕД}(A15:D18) \quad \Delta x_2 = -40$$

$$\Delta x_3 : J3 = \text{МОПРЕД}(A21:D24) \quad \Delta x_3 = 60$$

$$\Delta x_4 : K3 = \text{МОПРЕД}(A27:D30) \quad \Delta x_4 = -60$$

После этого в ячейку **H7** вводим формулу **=H3/G3** для вычисления первого корня системы  $x_1 = \Delta x_1 / \Delta$ , которую копируем в ячейки **I7:K7**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Кoeffициенты исходной системы										
2	x1	x2	x3	x4	св.член		$\Delta$	$\Delta x1$	$\Delta x2$	$\Delta x3$	$\Delta x4$
3	-1	1	1	1	4		20	40	-40	60	-60
4	2	1	2	-3	1						
5	3	2	1	2	1			Корни системы			
6	4	3	2	1	-5			x1	x2	x3	x4
7								-2	2	-3	3
8	определяем $\Delta x1$										
9	4	1	1	1	1						
10	1	1	2	3							
11	1	2	1	2							
12	-5	3	2	1							
13											
14	определяем $\Delta x2$										
15	-1	4	1	1							
16	2	1	2	3							
17	3	1	1	2							
18	4	-5	2	1							
19											
20	определяем $\Delta x3$										
21	-1	1	4	1							
22	2	1	1	3							
23	3	2	1	2							
24	4	3	-5	1							
25											
26	определяем $\Delta x4$										
27	-1	1	1	4							
28	2	1	2	1							
29	3	2	1	1							
30	4	3	2	-5							
31											



**Задание 3** Результаты практического задания оформить в виде таблицы

Матрица коэффициентов A (квадратная, 4-го порядка)					Столбец свободных членов				
<b>12</b>	<b>Главный определитель матрицы</b>								

Заменим первый столбец матрицы A на вектор результата B

8	6	4
8	5	4
17	5	7

<b>12</b>	<b>Определитель1</b>
<b>1</b>	<b>Решение x1</b>

**Заменяем второй столбец матрицы A на вектор результата B**

2	8	4
1	8	4
1	17	7

<b>-12</b>	<b>Определитель2</b>
<b>-1</b>	<b>Решение x2</b>

**Заменяем третий столбец матрицы A на вектор результата B**

2	6	8
1	5	8
1	5	17

<b>36</b>	<b>Определитель3</b>
<b>3</b>	<b>Решение x3</b>

**Ответ**

<b>x1</b>	<b>x2</b>	<b>x3</b>
1	-1	3

**Задание 4** Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала

- 1 Что такое матричная форма системы линейных уравнений?
- 2 Что такое определитель матрицы?
- 3 Что такое матрица?
- 4 Суть метода Крамера решения систем.
- 5 Свойства систем линейных уравнений.
- 6 Что такое равносильные системы?
- 7 Что такое равносильные преобразования

*Рекомендуемая литература:*

- O1, стр
- O2, срт
- Д1, стр 38

#### **Тема 4. Интерполирование и экстраполирование функций**

**Самостоятельная работа №4** Подготовка к практическим занятиям «Интерполирование и экстраполирование функций»

*Методические указания по выполнению самостоятельной работы*

**Задание 1.** Используя дополнительную учебную литературу ответить на вопросы

1. В каких случаях может потребоваться аппроксимация функции?
2. Какими критериями пользуются для определения «близости» функции?
3. На чем основывается доказательство существования и единственности интерполяционного многочлена для таблично заданной функции?
4. В какой форме строится интерполяционный многочлен Лагранжа?

**Задание 2** Вычислить значения функции при заданных значениях аргумента, используя интерполяционную формулу Ньютона для неравноотстоящих узлов в среде Excel.

x	y			
0,103	2,01284		<b>x1</b>	<b>x2</b>
0,108	2,03342		0,112	0,133
0,115	2,0607			
0,120	2,07918			
0,128	2,10721			
0,136	2,13354			
0,141	2,14922			

1. Вычислим значения разделенных разностей.

$$f(x_0, x_1) = (f(x_1) - f(x_0))/(x_1 - x_0)$$

$$f(x_0, x_1, x_2) = (f(x_1, x_2) - f(x_0, x_1))/(x_2 - x_0)$$

D2		fx =(C3-C2)/(A4-A2)			
	A	B	C	D	E
1	x	y	f(xi, x(i+1))	f(xi, x(i+1), x(i+2))	
2	0,103	2,01284	4,1160	-18,2381	
3	0,108	2,03342	3,8971	-16,7619	
4	0,115	2,0607	3,6960	-14,7885	
5	0,120	2,07918	3,5037	-13,2812	
6	0,128	2,10721	3,2913	-11,9423	
7	0,136	2,13354	3,1360		
8	0,141	2,14922			
9					

2. Произведем вычисления, используя формулу Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполяции:

$$3. y(x) \approx y_0 + f(x_0, x_1)*(x - x_0) + f(x_0, x_1, x_2)*(x - x_0)*(x - x_1)$$

### Реализация метода в среде MS Excel.

B24		fx =B4+C14*(D4-A4)+D14*(D4-A4)*(D4-A5)			
	A	B	C	D	F
1	Интерполирование по формуле Ньютона для неравноотстоящих узлов.				
2					
3	x	y		значения аргумента	
4	0,103	2,01284		0,112	0,133
5	0,108	2,03342			
6	0,115	2,0607			
7	0,120	2,07918			
8	0,128	2,10721			
9	0,136	2,13354			
10	0,141	2,14922			
11					
12					
13	x	y	f(xi, x(i+1))	f(xi, x(i+1), x(i+2))	
14	0,103	2,01284	4,1160	-18,238095	
15	0,108	2,03342	3,8971	-16,761905	
16	0,115	2,0607	3,6960	-14,788462	
17	0,120	2,07918	3,5037	-13,281250	
18	0,128	2,10721	3,2913	-11,942308	
19	0,136	2,13354	3,1360		
20	0,141	2,14922			
21					
22	x=0,112			x=0,133	
23	x0	0,103	0,108	0,120	0,128
24	f(x)	2,04923	2,04921	2,12387	2,12385
25	f(x) среднее		2,04922		2,12386
26					
27					

Рекомендуемая литература:

О1, стр 148

О2, стр 170

Д1, стр 56

### Тема 5. Численное интегрирование

#### Самостоятельная работа №5 Работа с конспектами лекций «Численное дифференцирование»

Методические указания по выполнению самостоятельной работы

**Задание 1.** Используя материал учебника выполнить конспект по плану:

1. Что называется левой, правой и центральной разностными производными? Какой порядок аппроксимации обеспечивают разностные производные?
2. Почему операцию вычисления разностных отношений называют некорректной?
3. Как строятся формулы численного дифференцирования, основанные на применении интерполяционного многочлена?
4. Какой порядок аппроксимации обеспечивают эти формулы численного дифференцирования?

**Задание 2.** 3 Выполнить индивидуальные задания (варианты заданий)

	x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1	y	1.3694	1.2661	1.1593	1.0472	0.9273
2	y	0.3948	0.5830	0.7610	0.9272	1.0808
3	y	0.5482	0.5974	0.6248	0.6703	0.7340
4	y	1.9852	1.8264	1.7187	1.6056	1.4517
5	y	2.1622	2.3115	2.3647	2.4401	2.5124
6	y	1.4812	1.5519	1.6781	1.8385	1.9615
7	y	1.6452	1.5760	1.4573	1.3689	1.2108
8	y	2.8845	2.7214	2.6541	2.5168	2.4289
9	y	1.0654	1.1342	1.2074	1.2613	1.3317
10	y	0.2881	0.3506	0.4112	0.5049	0.6138
11	y	1.6485	1.5747	1.4209	1.3738	1.2564
12	y	2.8845	2.7315	2.6642	2.5702	2.4863
13	y	0.1751	0.2378	0.3416	0.4723	0.5206
14	y	1.5478	1.5976	1.6305	1.7205	1.8057
15	y	2.5170	2.4615	2.3843	2.2844	2.2063
16	y	0.9868	0.8546	0.7402	0.6241	0.5614
17	y	1.5578	1.4726	1.3620	1.2477	1.1623
18	y	0.4523	0.5148	0.6489	0.6920	0.8045
19	y	2.4385	2.5747	2.6302	2.7055	2.7605
20	y	1.9758	1.8373	1.7485	1.7103	1.6478
21	y	1.2678	1.3302	1.3974	1.4823	1.5648
22	y	0.3714	0.5280	0.6954	0.7783	0.8661
23	y	2.6553	2.5247	2.4175	2.2846	2.2016
24	y	1.7841	1.7175	1.6255	1.5469	1.3980
25	y	1.1754	1.2362	1.2981	1.3521	1.4167

Производной функции  $y = f(x)$  называется предел отношения приращения функции  $\Delta y$  к приращению аргумента  $\Delta x$  при стремлении  $\Delta x$  к нулю:

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad \Delta y = f(x + \Delta x) - f(x). \quad (2.1)$$

Компьютер не может работать с бесконечно малыми величинами, поэтому от бесконечно малой величины  $\Delta x \rightarrow 0$  перейдем к бесконечно малому  $\Delta x$ , тогда:

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} + O(\varepsilon), \text{ где } O(\varepsilon) - \text{ погрешность} \quad (2.2)$$

Существует два подхода к численному дифференцированию:

конечноразностные формулы;

дифференцирование с помощью интерполяционных полиномов.

Рассмотрим разные формулы для вычисления производной в одной и той же точке:

$$\Delta y_1 = y_1 - y_0, \quad \Delta x = h, \quad y'_1 \approx \frac{y_1 - y_0}{h} \quad (2.3)$$

с помощью левых разностей;

$$\Delta y_1 = y_2 - y_1, \quad \Delta x = h, \quad y'_1 \approx \frac{y_2 - y_1}{h} \quad (2.4)$$

с помощью правых разностей;

$$\Delta y_1 = y_2 - y_0, \quad \Delta x = 2h, \quad y'_1 \approx \frac{y_2 - y_0}{2h} \quad (2.5)$$

с помощью центральных разностей.

Можно найти также выражения для старших производных.

$$\begin{aligned} y''_1 = (y'_1)' &\approx \frac{y'_2 - y'_1}{h} \approx \\ &\approx \frac{(y_2 - y_1)/h - (y_1 - y_0)/h}{h} = \frac{y_2 - 2y_1 + y_0}{h^2}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Таким образом, используя формулу (2.2), можно найти приближенные значения производных любого порядка. Однако при этом остается открытым вопрос о точности полученных значений.

*Рекомендуемая литература:*

O1, стр 156

O2, стр 123

Д1, стр 181

## **Тема 6. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений**

### **Самостоятельная работа №6** Работа с конспектами лекций «Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений»

*Методические указания по выполнению самостоятельной работы*

**Задание 1.** Используя материал учебника выполнить конспект по плану:

1. Что является решением дифференциального уравнения?
2. На какие группы подразделяются приближенные методы решения дифференциальных уравнений?
3. В какой форме получается приближенное решение дифференциального уравнения по методу Эйлера?
4. В чем основная идея метода Рунге-Кутты?
5. В чем отличие одношаговых методов Эйлера и Рунге-Кутты?

**Задание 2.** Выполнить индивидуальные задания



1.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{5}}\right); y(1,8) = 2,6; x \in [1,8;2,8].$
2.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right); y(1,6) = 4,6; x \in [1,6;2,6].$
3.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{10}}\right); y(0,6) = 0,8; x \in [0,6;1,6].$
4.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{7}}\right); y(0,5) = 0,6; x \in [0,5;1,5].$
5.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{\pi}}\right); y(1,7) = 5,3; x \in [1,7;2,7].$
6.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{2,25}}\right); y(1,4) = 2,2; x \in [1,4;2,4].$
7.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{e}}\right); y(1,4) = 2,5; x \in [1,4;2,4].$
8.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{2}}\right); y(0,8) = 1,4; x \in [0,8;1,8].$
9.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right); y(1,2) = 2,1; x \in [1,2;2,2].$
10.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{11}}\right); y(2,1) = 2,5; x \in [2,1;3,1].$
11.  $y' = x + \sin\left(\frac{y}{\sqrt{5}}\right); y(1,8) = 2,6; x \in [1,8;2,8].$
12.  $y' = x + \sin\left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right); y(1,6) = 4,6; x \in [1,6;2,6].$
13.  $y' = x + \sin\left(\frac{y}{\sqrt{10}}\right); y(0,6) = 0,8; x \in [0,6;1,6].$
14.  $y' = x + \sin\left(\frac{y}{\sqrt{7}}\right); y(0,5) = 0,6; x \in [0,5;1,5].$
15.  $y' = x + \sin\left(\frac{y}{\sqrt{\pi}}\right); y(1,7) = 5,3; x \in [1,7;2,7].$
16.  $y' = x + \sin\left(\frac{y}{\sqrt{2,8}}\right); y(1,4) = 2,2; x \in [1,4;2,4].$
17.  $y' = x + \sin\left(\frac{y}{\sqrt{e}}\right); y(1,4) = 2,5; x \in [1,4;2,4].$
18.  $y' = x + \sin\left(\frac{y}{\sqrt{2}}\right); y(0,8) = 1,3; x \in [0,8;1,8].$
19.  $y' = x + \sin\left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right); y(1,1) = 1,5; x \in [1,1;2,1].$
20.  $y' = x + \sin\left(\frac{y}{\sqrt{11}}\right); y(0,6) = 1,2; x \in [0,6;1,6].$

**Пример:** Решить задачу Коши методом Эйлера для дифференциального уравнения

$$y' = x^2 + 2 * y, \quad y(0) = 1 \quad \text{на отрезке } [0;0,4] \text{ с}$$

шагом 0,1.

**Решение:** По формуле (3.2) вычислим значение  $y_1$

$$y_1 = y_0 + h f(x_0, y_0) = 1 + 0,1 (0^2 + 2 \cdot 1) = 1,2$$

Аналогично вычисляются последующие значения функции в узловых точках

$$y_2 = y_1 + h f(x_1, y_1) = 1,2 + 0,1 \cdot (0,1^2 + 2 \cdot 1,2) = 1,441$$

$$y_3 = y_2 + h f(x_2, y_2) = 1,441 + 0,1 \cdot (0,2^2 + 2 \cdot 1,441) = 1,733$$

$$y_4 = y_3 + h f(x_3, y_3) = 1,7332 + 0,1 \cdot (0,3^2 + 2 \cdot 1,7332) = 2,089$$

Сеточную функцию записываем в виде таблицы

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4
y	1	1,2	1,441	1,7332	2,089

**Задания для самостоятельной работы**

21.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{5}}\right); y(1,8) = 2,6; x \in [1,8; 2,8].$

22.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right); y(1,6) = 4,6; x \in [1,6; 2,6].$

23.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{10}}\right); y(0,6) = 0,8; x \in [0,6; 1,6].$

24.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{7}}\right); y(0,5) = 0,6; x \in [0,5; 1,5].$

25.  $y' = x + \cos\left(\frac{y}{\sqrt{\pi}}\right); y(1,7) = 5,3; x \in [1,7; 2,7].$

*Рекомендуемая литература:*

О1, стр 115

О2, стр 150

Д1, стр 256

## Список рекомендуемой литературы

### Основные источники:

1 Гателюк, О. В. Численные методы [Электронный ресурс]: учеб. пособ. для СПО/ О. В. Гателюк, Ш.К. Исмаилов, Л. В. Манюкова. – М.: Юрайт, 2019. – 140 с. (ЭБС Юрайт). Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/chislennye-metody-437882#page/211>

2. Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование [Электронный ресурс] : учеб. пособ. / В.Д. Колдаев ; под ред. проф. Л.Г. Гагариной. — М. : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2018. — 336 с. (ЭБС Znanium.com). Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/672966> 1 1

### Дополнительные источники :

3. Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование [Электронный ресурс]: учеб. пособ. / В.Д. Колдаев ; под ред. Л.Г. Гагариной. — М. : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2019. — 336 с. (ЭБС Znanium.com). Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1003943>