**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**
**«Югорский государственный университет» (ЮГУ)**

**ЛЯНТОРСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ**
**(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Югорский государственный университет»**
**(ЛНТ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»)**

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**по выполнению практических работ**
**по дисциплине** ЕН.03Теория вероятностей и математическая статистика
**специальность** 09.02.07 Информационные системы и программирование

Лянтор
2021

**УДК 519.2**
**М54**

Рекомендовано Методическим советом ЛНТ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ» в качестве учебно-методического пособия. Протокол № 8 заседания Методического совета ЛНТ от 26.03.2021 г.

**М 54** **Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине** ЕН.03 Теория вероятностей и математическая статистика **специальность** 09.02.07 Информационные системы и программирование : учебно-методическое пособие для студентов, обучающихся по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование/ составитель О.В. Кийдан ; Министерство науки и высшего образования РФ, ЛНТ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ». – Лянтор: ЛНТ, 2021. – 33 с.

**УДК 519.2**

# Содержание

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению практических работ разработаны в соответствии Федеральным государственным образовательным стандарта (далее - ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее - СПО) 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «09» декабря 2016г. № 1547

Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика относится к математическому и общему естественнонаучному учебному циклу.

Структура методических указаний определена последовательностью изучения дисциплины.

Дидактическая цель практических работ – осмыслить и закрепить материал лекций, сформировать умения применять полученные знания на практике, реализовать единства интеллектуальной и практической деятельности, развивать выработку при решении поставленных задач самостоятельность, ответственность, точность, творческую инициативу.

В данный сборник входит 6 практических работ, в каждой работе даются краткие методические указания, и их следует строго выполнять. Далее указан номер, наименование и количество часов, отведенного на каждую работу.

В результате выполнения практических работ обучающийся должен **уметь**:

-применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач;

-использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач;

-применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа.

В результате выполнения практических работ обучающийся должен **знать**:

- элементы комбинаторики.

-понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность.

-алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности.

-схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса.

-понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики.

-законы распределения непрерывных случайных величин. Центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки.

- понятие вероятности и частоты.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать общими компетенциями, включающими в себя способность:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам;

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие;

ОК 04. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей; ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности;

ОК 10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

ОК 11. Планировать предпринимательскую деятельность в результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать профессиональными компетенциями, соответствующими видам деятельности:

## ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

| № п/п | Наименование работы | Количество часов |
|---|---|---|
| 1 | Практическая работа №1. Подсчет числа комбинаций | 2 |
| 2 | Практическая работа №2 Вычисление вероятностей с использованием формул комбинаторики | 2 |
| 3 | Практическая работа №3 Построение закона распределения и функции распределения ДСВ | 2 |
| 4 | Практическая работа №4 Вычисление основных числовых характеристик ДСВ | 2 |
| 5 | Практическая работа №5 Вычисление числовых характеристик НСВ. Построение функции плотности и интегральной функции распределения | 2 |
| 6 | Практическая работа №6 Построение эмпирической функции распределения Вычисление числовых характеристик выборки | 2 |
| | Итого | 12 |

## ПРАВИЛА ВЫПОЛЕНИЯПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Перед выполнением практической работы обучающийся получает опережающее теоретическое домашнее задание. На занятии объясняются непонятные вопросы, опрашиваются определения, которые помогают выполнению заданий. После обучающиеся приступают к выполнению практической работы.

При выполнении работ обучающийся должен самостоятельно изучить методические рекомендации по проведению конкретной работы; выполнить соответствующие задания и расчеты; пользоваться справочной и технической литературой; подготовить ответы на контрольные вопросы.

Изучая теоретическое обоснование, обучающийся должен иметь в виду, что основной целью изучения теории является умение применить ее на практике для решения практических задач.

После выполнения работы обучающийся должен представить отчет о проделанной работе с полученными результатами и выводами и устно ее защитить. Отчеты по практическим работам выполняются в отдельной тетради в клетку. Необходимо оставлять поля шириной 25…30 мм для замечаний преподавателя. Все графики и рисунки, сопровождающие выполнение практических работ выполняются карандашом в соответствии с требованиями ГОСТ.

Неаккуратное выполнение практической работы, несоблюдение принятых правил и плохое оформление графиков и схем могут послужить причиной возвращения работы для доработки.

Если обучающийся не выполнил практическую работу или часть работы, то он может выполнить работу или оставшуюся часть внеурочное время, согласованное с преподавателем.

Оценку по практической работе обучающийся получает, с учетом срока выполнения работы, если:

- задания выполнены правильно и в полном объеме;
- сделан анализ проделанной работы и вывод по результатам работы;
- обучающийся может пояснить выполнение любого этапа работы;
- отчет выполнен в соответствии с требованиями к выполнению работы.

Зачет по практическим работам обучающийся получает при условии выполнения всех предусмотренных программой работ после сдачи отчетов по работам при удовлетворительных оценках за опросы и контрольные вопросы во время практических занятий.

**Критерии оценки выполнения практических заданий**

Оценка «отлично» ставится, если обучающийся выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся выполнил требования к оценке «отлично», но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

## Практическая работа № 1

**Тема:** Подсчет числа комбинаций.

**Цель:** рассмотреть задачи комбинаторного характера, которые имеют отношение к теории вероятностей;

**Обучающийся должен знать:** виды комбинаторики и их формулы вычисления;

**Обучающийся должен уметь:** подсчитать число различных вариантов, ответить на вопрос «сколько?» или «сколькими способами?»

## Теоретическое обоснование.

### 1. Размещения.

*Размещением из n элементов по* $m\left(0 \le m \le n\right)$ *элементов* называется упорядоченное подмножество, содержащее *m*различных элементов данного множества.

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)...(n-m+1), \text{ или}$$

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!},$$

где «эн факториал» равен: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot (n-1) \cdot n$

### 2. Перестановки.

*Перестановкой из n элементов называется размещение из n элементов по n элементов.*

$$P_n = A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n!!$$

### 3. Сочетания.

*Сочетанием из n элементов по* $m\left(0 \le m \le n\right)$*элементов* называется любое подмножество, которое содержит *m* различных элементов данного множества.

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Свойства:

1) $C_n^m = C_n^{n-m}$ 2) $C_n^0 = 1$

3) $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 2^n$ 4) $C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}$

**Задание № 1.** В группе из 30 обучающийсяов нужно выбрать старосту, ответственного за дежурство и физорга. Сколькими способами это можно сделать, если каждый из 30 обучающийсяов староста, ответственный за дежурство и спортсмен?

Решение:

Искомое число способов равно числу размещений из 30 элементов по 3 элемента, т.е.

$A_{30}^3 = 30 \cdot 29 \cdot 28 = 24360$

**Задание № 2.** Сколькими способами можно расставлять на одной полке 6 различных книг?

Решение:

Искомое число способов равно числу перестановок из 6 элементов, т.е.

$$P_6 = 6! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6 = 720$$

**Задание № 3.** В бригаде из 25 электриков нужно выделить 4 для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?

Решение:

Так как порядок выбранных четырех электриков не имеет значения, то это можно сделать $C_{25}^4$ способами. Находим $C_{25}^4 = \dfrac{25\cdot 24\cdot 23\cdot 22}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 12650$

**Задание № 4.** Решить уравнение: $C_n^5 = 2C_{n-1}^5$

Решение:

$C_n^5 = 2C_{n-1}^5$; $\dfrac{n!}{5!(n-5)!} = 2\dfrac{(n-1)!}{5!(n-5-1)!}$; или $5!\cdot n!\cdot(n-6)! = 2\cdot 5!\cdot(n-1)!\cdot(n-5)!$

$n\cdot(n-6) = 2$, $n^2 - 6n - 2 = 0$,

$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4\cdot(-2) = 36 + 8 = 44$, $(\pm\sqrt{44} = \pm 2\sqrt{11})$

$n_1 = \dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \dfrac{6-2\sqrt{11}}{2} = 3-\sqrt{11} \approx -0{,}3$ - не удовлетворяет, т.к. по условию $n \ge 5$ и $(n-1) \ge 5$

$n_2 = \dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \dfrac{6+2\sqrt{11}}{2} = 3+\sqrt{11} \approx 6{,}3$

Ответ: $n = 3+\sqrt{11} \approx 6{,}3$

**Ход работы:**

| | | |
|---|---|---|
| **В - 1** | № 1 | № 31 |
| **В – 2** | № 2 | № 32 |
| **В – 3** | № 3 | № 33 |
| **В – 4** | № 4 | № 34 |
| **В – 5** | № 5 | № 35 |
| **В – 6** | № 6 | № 36 |
| **В – 7** | № 7 | № 37 |
| **В – 8** | № 8 | № 38 |
| **В – 9** | № 9 | № 39 |
| **В - 10** | № 10 | № 40 |
| **В - 11** | № 11 | № 41 |
| **В - 12** | № 12 | № 42 |
| **В - 13** | № 13 | № 43 |
| **В - 14** | № 14 | № 44 |
| **В - 15** | № 15 | № 45 |

| | | |
|---|---|---|
| **В - 16** | № 16 | № 46 |
| **В - 17** | № 17 | № 47 |
| **В - 18** | № 18 | № 48 |
| **В - 19** | № 19 | № 49 |
| **В - 20** | № 20 | № 50 |
| **В – 21** | № 21 | № 51 |
| **В – 22** | № 22 | № 52 |
| **В – 23** | № 23 | № 53 |
| **В – 24** | № 24 | № 54 |
| **В – 25** | № 25 | № 55 |
| **В – 26** | № 26 | № 56 |
| **В – 27** | № 27 | № 57 |
| **В – 28** | № 28 | № 58 |
| **В – 29** | № 29 | № 59 |
| **В – 30** | № 30 | № 60 |

**Вычислите:**

**№ 1.** $A_{10}^4$

**№ 2.** $P_4$

**№ 31.** $5!+6!$

**№ 32.** $A_{m-1}^{m-5}$

№ 3. $C_{15}^{9}$

№ 4. $A_{15}^{4}$

№ 5. $P_8$

№ 6. $C_5^2$

№ 7. $A_9^5$

№ 8. $P_6$

№ 9. $C_{11}^{6}$

№ 10. $A_5^3$

№ 11. $P_7$

№ 12. $C_{12}^{10}$

№ 13. $A_{14}^{9}$

№ 14. $P_6$

№ 15. $C_8^5$

№ 16. $A_8^5$

№ 17. $P_2$

№ 18. $C_2^2$

№ 19. $A_3^0$

№ 20. $P_{11}$

№ 21. $C_3^0$

№ 22. $A_7^7$

№ 23. $P_0$

№ 24. $C_{20}^{8}$

№ 25. $C_{26}^{26}$

№ 26. $A_{100}^{100}$

№ 27. $A_{15}^{4}$

№ 28. $C_{15}^{3}$

№ 29. $C_{20}^{2}$

№ 30. $C_6^4$

№ 33. $A_6^4 + A_5^0$

№ 34. $C_6^4 + C_5^0$

№ 35. $A_7^3 + A_6^3 + A_5^3$

№ 36. $\frac{52!}{50!}$

№ 37. $\frac{10!-8!}{89}$

№ 38. $\frac{A_6^5 + A_6^4}{A_6^3}$

№ 39. $A_5^2 \cdot A_4^2 \cdot A_3^2$

№ 40. $\frac{5!+6!}{4!}$

№ 41. $6!\cdot(7!-4!)$

№ 42. $A_{100}^{100} + A_{100}^{1}$

№ 43. $C_{100}^{100} + C_{100}^{1}$

№ 44. $C_{10}^{5} + C_{10}^{6}$

№ 45. $\frac{A_{20}^{8}}{P_8}$

№ 46. $C_{14}^{9} + C_{14}^{10}$

№ 47. $C_{15}^{4} - C_{15}^{3}$

№ 48. $P_{20} - P_{18}$

№ 49. $\frac{C_5^1 \cdot C_{15}^2}{C_{20}^3}$

№ 50. $\frac{C_5^2 \cdot C_{15}^1}{C_{20}^3}$

№ 51. $P_6 + A_{10}^0$

№ 52. $\frac{C_5^3}{C_{20}^3}$

№ 53. $C_{10}^{9} + C_{10}^{8}$

№ 54. $A_9^5 + A_9^4$

№ 55. $A_8^3 - A_8^1$

№ 56. $C_9^5 + C_9^4$

№ 57. $A_9^5 + P_3$

№ 58. $P_2 \cdot P_3$

№ 59. $P_4 + A_{10}^0$

№ 60. $A_{10}^{5} \cdot A_{10}^{10}$

**Решите уравнение:**

№ 61. $\frac{n!}{(n-5)!} = \frac{20n!}{(n-3)!}$

№ 62. $5C_{2n}^{n-1} = 8C_{2n-1}^{n}$

**№ 63.** $\frac{(2n)!}{(2n-3)!}=\frac{40n!}{(n-1)!}$ **№ 64.** $7C_{2n-2}^{n-2}=3C_{2n-1}^{n-1}$

**№ 65.** $\frac{(n+2)!}{n!}=110$ **№ 66.** $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}=42$

**№ 67.** $\frac{(n-1)!}{(n-3)!}=20$ **№ 68.** $\frac{(n-1)!}{(n-3)!}=30$

**№ 69.** $C_n^3=\frac{4}{15}C_{n+2}^4$ **№ 70.** $8C_{2n+1}^{n+1}=5C_{2n+2}^{n+2}$

**№ 71.** $13C_{2n}^{n+1}=8C_{2n+1}^{n-1}$ **№ 72.** $A_{n-2}^3=4A_{n-3}^2$

**№ 73.** $20A_{n-2}^3=A_n^5$ **№ 74.** $A_n^4=15A_{n-2}^3$

**№ 75.** $A_7^3=42x$ **№ 76.** $A_{m+1}^3=5m(m+1)$

**№ 77.** $\frac{x}{A_x^3}=\frac{1}{12}$ **№ 78.** $\frac{A_x^4+A_x^2}{A_x^2}=13$

**№ 79.** $A_{2x}^3=14A_x^3$ **№ 80.** $A_x^5=30A_{x-2}^4$

**№ 81.** $7C_{2n-2}^{n-2}=3C_{2n-1}^{n-1}$ **№ 82.** $A_7^3=42x$

**№ 83.** $A_n^4=15A_{n-2}^3$ **№ 84.** $8C_{2n+1}^{n+1}=5C_{2n+2}^{n+2}$

**№ 85.** $\frac{(2n)!}{(2n-3)!}=\frac{40n!}{(n-1)!}$ **№ 86.** $\frac{n!}{(n-5)!}=\frac{20n!}{(n-3)!}$

**№ 87.** $20A_{n-2}^3=A_n^5$ **№ 88.** $A_{n-2}^3=4A_{n-3}^2$

**№ 89.** $\frac{(n-1)!}{(n-3)!}=20$ **№ 90.** $\frac{(n+2)!}{n!}=110$

### Контрольные вопросы:

1) Что такое комбинаторика?
2) Перечислите виды комбинаторики.
3) Что такое факториал? Как вычислить 5!, 0!, 1! .
4) Напишите формулы вычисления размещения, перестановки и сочетания.

### Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2.. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на вопросы.

## Практическая работа № 2

**Тема:** Вычисление вероятностей с использованием формул комбинаторики.

**Цель:** показать связь независимых испытаний в теории вычислительных машин, теории автоматов, в задачах экономики и т.д.

**Обучающийся должен знать:**
- формулу Бернулли;
- определение независимых испытаний, теоремы сложения и умножения.

**Обучающийся должен уметь:**
- использовать формулу Бернулли в решении задачи;

## Теоретическое обоснование.

Если производятся испытания, при которых вероятность появления события*А* в каждом испытании не зависит от исходов других испытаний, то такие испытания называются *независимыми относительно события А*.

Вероятность того, что в *п*независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события*А*равна *р* (где 0 <*р*< 1), событие *А* наступит ровно *k* раз (безразлично, в какой последовательности), находится по формуле Бернулли:

$$P_n(k)=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}\cdot p^k\cdot q^{n-k}=C_n^k p^k q^{n-k},\ \text{где}\ q=1-p$$

Случайные события*А*и*В*называются *независимыми,* если вероятность события *В* не зависит от того, появилось ли событие *А* или нет.

Вероятность совместного появления двух независимых событий *равна произведению вероятностей этих событий*.

$$P(AB)=P(A)\cdot(B)$$

**Задание № 1.** Вероятность попадания при шести выстрелах равна 0.8.Найти вероятность попадания при четырех выстрелах.

Решение:

Здесь $n=6,\quad k=4,\quad p=0{,}8,\quad q=0{,}2$. По формуле Бернулли находим

$$P_6(4)=\frac{6!}{4!\cdot(6-4)!}\cdot(0{,}8)^4\cdot(0{,}2)^{6-4}=\frac{5\cdot 6}{2}\cdot 0{,}4096\cdot 0{,}04=0{,}24576\approx 0{,}246$$

Ответ: $P_6(4)\approx 0{,}246$

**Задание № 2.** Найти вероятность двукратного извлечения белого шара из урны, в которой из 12 шаров имеется 7 белых:
а) вынутый шар возвращается обратно в урну;
б) если вынутый шар в урну не возвращается.

Решение:

Обозначая появление белого шара первый раз символом*А* и второй раз символом *В*, будем иметь:

а) события*А* и *В* независимы и $P(A)=P(B)=\frac{7}{12}$.

Поэтому *Р* (и*А,* и *В*) = $P(A)\cdot P(B)=\frac{7}{12}\cdot\frac{7}{12}=\frac{49}{144}\approx 0{,}3$

б) события $A$ и $B$ зависимы и $P(A)=\dfrac{7}{12}$, а $P_A(B)=\dfrac{6}{11}$.

Поэтому $P$ (и$A$, и $B$) = $P(A)\cdot P_A(B)=\dfrac{7}{12}\cdot\dfrac{6}{11}=\dfrac{7}{22}\approx 0{,}32$

**Ход работы:**

| | |
|---|---|
| **В - 1** | № 1 |
| **В - 2** | № 2 |
| **В – 3** | № 3 |
| **В – 4** | № 4 |
| **В – 5** | № 5 |
| **В – 6** | № 6 |
| **В – 7** | № 7 |
| **В – 8** | № 8 |
| **В – 9** | № 9 |
| **В – 10** | № 10 |
| **В – 11** | № 11 |
| **В – 12** | № 12 |
| **В – 13** | № 13 |
| **В – 14** | № 14 |
| **В – 15** | № 15 |

| | |
|---|---|
| **В - 16** | № 16 |
| **В - 17** | № 17 |
| **В – 18** | № 18 |
| **В – 19** | № 19 |
| **В – 20** | № 20 |
| **В – 21** | № 21 |
| **В – 22** | № 22 |
| **В – 23** | № 23 |
| **В – 24** | № 24 |
| **В – 25** | № 25 |
| **В – 26** | № 26 |
| **В – 27** | № 27 |
| **В – 28** | № 28 |
| **В – 29** | № 29 |
| **В – 30** | № 30 |

**Решить задачу.**

**№ 1.** На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем 5 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу 3 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете (событие $A$)

**№ 2.** Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,8, для третьего – 0,9. Найти вероятность $p$ того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.

**№ 3.** В квартире 6 электролампочек. Вероятность того, что каждая лампочка останется исправной в течение года, равна 5 / 6. Найти вероятность того, что в течение года придется заменить 2 лампочки.

**№ 4.** Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 1 / 5. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов не будет ни одного попадания.

**№ 5.** Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,9. Найти вероятность 5 попаданий при 6 выстрелах.

**№ 6.** В ящике находятся 80 стандартных и 20 нестандартных деталей. Найти вероятность того, что из 5 взятых наудачу деталей не менее 4 окажутся стандартными.

**№ 7.** Для нормальной работы станции скорой медицинской помощи требуется не менее 8 автомашин, а их имеется 10. Найти вероятность нормальной работы станции в ближайший день, если вероятность ежедневной неисправности каждой автомашины равна 0,1.

**№ 8.** В урне 20 шаров: 15 белых и 5 черных. Вынули подряд 5 шаров, причем каждый вынутый шар возвращается в урну и перед извлечением следующего шары в урне тщательно перемешиваются. Найти вероятность того, что из 5 вынутых шаров будет 2 белых.

**№ 9.** Вероятность того, что расход электроэнергии в техникуме в течение одних суток не превысит установленной нормы, равна $p = 0{,}85$. Найти вероятность того, что в ближайшие 25 суток расход электроэнергии в течение 20 суток не превысит нормы.

**№ 10.** Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 3 раза?

**№ 11.** Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из 5 посеянных семян взойдет 3?

**№ 12.** Найти вероятность того, что событие$A$ появится не менее 3 раз в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события $A$ в одном испытании равна 0,4.

**№ 13.** По мишени производится 100 выстрелов. Каково наивероятнейшее число попаданий, если вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна *5/6*?

**№ 14.** По мишени производится 100 выстрелов. Каково наивероятнейшее число попаданий, если вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна *1/6*?

**№ 15.** Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 4 раза?

**№ 16.** В приборе 4 лампы. Вероятность выхода из строя в течение года для каждой лампы равна 1/6. Какова вероятность того, что в течение года придется заменить не менее половины всех ламп?

**№ 17.**Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность 4 попаданий при 6 выстрелах.

**№ 18.**Вероятность того, что расход электроэнергии в техникуме в течение одних суток не превысит установленной нормы, равна $p = 0{,}25$. Найти вероятность того, что в ближайшие 15 суток расход электроэнергии в течение 5 суток не превысит нормы.

**№ 19.** В квартире 4 электролампочки. Вероятность того, что каждая лампочка останется исправной в течение года, равна 1/2. Найти вероятность того, что в течение года придется заменить 2 лампочки.

**№ 20.** Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что из 12 посеянных семян взойдет 10?

**№ 21.** Для нормальной работы станции скорой медицинской помощи требуется не менее 6 автомашин, а их имеется 9. Найти вероятность нормальной работы станции в ближайший день, если вероятность ежедневной неисправности каждой автомашины равна 0,1.

**№ 22.** В ящике находятся 30 стандартных и 20 нестандартных деталей. Найти вероятность того, что из 6 взятых наудачу деталей не менее 4 окажутся стандартными.

**№ 23.** Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,2, для второго – 0,4, для третьего – 0,4. Найти вероятность $p$ того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.

**№ 24.** На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 20 учебников, причем 15 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу 5 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете (событие $A$)

**№ 25.** В урне 20 шаров: 10 белых и 10 черных. Вынули подряд 6 шаров, причем каждый вынутый шар возвращается в урну и перед извлечением следующего шары в урне тщательно перемешиваются. Найти вероятность того, что из 6 вынутых шаров будет 3 белых.

**№ 26.** Для нормальной работы станции скорой медицинской помощи требуется не менее 5 автомашин, а их имеется 10. Найти вероятность нормальной работы станции в ближайший день, если вероятность ежедневной неисправности каждой автомашины равна 0,3.

**№ 27.** На книжной полке произвольным образом расставлены 8 книг. Вычислите вероятность того, что 3 определенные книги окажутся поставленными рядом.

**№ 28.** Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,1, для второго – 0,3, для третьего – 0,6. Найти вероятность $p$ того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.

**№ 29.** В ящике находятся 20 стандартных и 10 нестандартных деталей. Найти вероятность того, что из 5 взятых наудачу деталей не менее 3 окажутся стандартными.

**№ 30.** На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем 8 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу 4 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете (событие $A$)

### Контрольные вопросы

1. Вероятность каких событий можно вычислить по формуле Бернулли?
2. Какое распределение называется биномиальным?
3. Напишите формулу Бернулли.

### Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Устно ответить на контрольные вопросы.

## Практическая работа №3

**Тема:** Построение закона распределения и функции распределения ДСВ

**Цель:** Научитьсясоставлять закон распределения дискретной случайной величины;

**Обучающийся должен знать:**
- Понятие условной вероятности.
- Формула полной вероятности.

**Обучающийся должен уметь:**
- составлять закон распределения дискретной случайной величины;

### Теоретическое обоснование.

*Законом распределения дискретной случайной величины (сокращенно ДСВ)*называют соотношение, устанавливающее связь между отдельными возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Закон распределения дискретной случайной величины можно задать таблично, аналитически (в виде формулы) и графически.

При табличном задании закона распределения дискретной случайной величины таблица состоит из двух строк и называется законом или рядом распределения дискретной случайной величины X. Первая строка таблицы содержит возможные значения случайной величины, а вторая - соответствующие им вероятности.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $x_1$ | $x_2$ | $\cdots$ | $x_{n+1}$ | $x_n$ |
| $p$ | $p_1$ | $p_2$ | $\cdots$ | $p_{n+1}$ | $p_n$ |

Значения $x_1, x_2, \dots, x_n$ записываются в таблице, как правило, в порядке возрастания. Приняв во внимание, что в каждом отдельном испытании случайная величина принимает только одно возможное значение случайной величины X, заключаем, что события $X = x_1, X = x_2, \dots, X = x_n$ несовместны и образуют полную группу событий. Следовательно, сумма вероятностей этих событий, т.е. сумма вероятностей второй строки таблицы, равна единице:

$$p_1 + p_2 + \dots + p_{n=}\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

**Задание № 1.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 3 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,9.

Решение:

Случайная величина *X*– число попаданий в цель при 3 выстрелах – может принимать значения 0, 1, 2, 3, а соответствующие им вероятности находим по формуле Бернулли $P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot q^{n-k} = C_n^k p^k q^{n-k}$

$$P(X=0) = C_3^0 \cdot 0{,}9^0 \cdot 0{,}1^3 = 0{,}001$$
$$P(X=1) = C_3^1 \cdot 0{,}9^1 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}027$$
$$P(X=2) = C_3^2 \cdot 0{,}9^2 \cdot 0{,}1^1 = 0{,}243$$
$$P(X=3) = C_3^3 \cdot 0{,}9^3 \cdot 0{,}1^0 = 0{,}729$$

Итак, искомый закон распределения имеет вид:

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,001 | 0,027 | 0,243 | 0,729 |

**Ход работы:**

| | |
|---|---|
| **В - 1** | № 1 |
| **В - 2** | № 2 |
| **В – 3** | № 3 |
| **В – 4** | № 4 |
| **В – 5** | № 5 |
| **В – 6** | № 6 |
| **В – 7** | № 7 |
| **В – 8** | № 8 |
| **В – 9** | № 9 |
| **В – 10** | № 10 |
| **В – 11** | № 11 |
| **В – 12** | № 12 |
| **В – 13** | № 13 |
| **В – 14** | № 14 |
| **В – 15** | № 15 |

| | |
|---|---|
| **В - 16** | № 16 |
| **В - 17** | № 17 |
| **В – 18** | № 18 |
| **В – 19** | № 19 |
| **В – 20** | № 20 |
| **В – 21** | № 21 |
| **В – 22** | № 22 |
| **В – 23** | № 23 |
| **В – 24** | № 24 |
| **В – 25** | № 25 |
| **В – 26** | № 26 |
| **В – 27** | № 27 |
| **В – 28** | № 28 |
| **В – 29** | № 29 |
| **В – 30** | № 30 |

**Составить закон распределения.**

**№ 1.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,1.

**№ 2.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 5 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,2.

**№ 3.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,3.

**№ 4.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4.

**№ 5.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 9 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,2.

**№ 6.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 5 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8.

**№ 7.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4.

**№ 8.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,9.

**№ 9.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8.

**№ 10.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 5 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8.

**№ 11.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,25.

**№ 12.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,01.

**№ 13.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,02.

**№ 14.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,03.

**№ 15.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,04.

**№ 16.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,08.

**№ 17.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,01.

**№ 18.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 8 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,02.

**№ 19.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,03.

**№ 20.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 4 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,1.

**№ 21.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 8 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,04.

**№ 22.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 10 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,1.

**№ 23.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 10 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,01.

**№ 24.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 10 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,2.

**№ 25.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 9 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,2.

**№ 26.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 8 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,001.

**№ 27.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 9 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,02.

**№ 28.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,001.

**№ 29.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,02.

**№ 30.** Составить закон распределения числа попаданий в цель при 8 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,03.

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте определение закона распределения дискретной случайной величины.
2. Дайте определение функции распределения дискретной случайной величины.

**Содержание отчета.**

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Устно ответить на контрольные вопросы.

## Практическая работа №4

**Тема:** Вычисление основныхчисловых характеристикДСВ.

**Цель:** использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности.

**Обучающийся должен знать:**
- знать определение математического ожидания дискретной случайной величины;
- знать определениедисперсии дискретной случайной величины;

**Обучающийся должен уметь:**
- решать простейшие задачи с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

**Теоретическое обоснование.**

Случайное событие, связанное с некоторым опытом, является качественной характеристикой опыта.

**Определение.** Случайная величина называется *дискретной,* если множество ее значений конечно или счетно, т.е. множество ее значений представляет собой конечную последовательность или бесконечную последовательность.

**Определение.** Числа, которые описывают случайную величину суммарно называют*числовыми характеристиками* случайной величины.

**Определение.** Выборочным средним $\overline{x_в}$ выборки объема $n$ со статистическим распределением называется среднее арифметическое значений признака выборки, т.е.

$$\overline{x}_в = \frac{x_1n_1 + x_2n_2 + ... + x_kn_k}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i$$

**Определение.** *Математическим ожиданием* $M(X)$ дискретной случайной величины $(X)$ называется сумма произведений всех ее возможных значений $x_i$ на их вероятности $p_i$

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

**Определение.** *Дисперсией дискретной случайной* величины $(X)$ называется математическое ожидание квадрата ее отклонения

$$D(X) = M(X - M(X))^2$$

Пусть $(X)$- непрерывная случайная величина, распределенная с некоторой плотностью *f(x).* То существует формула

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$$

**Определение.** Число $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$ носит название *среднего квадратичного отклонения величины* $(X)$

Если величина $(X)$ дискретна, и $D(X)=\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx - m^2$, если $(X)$ распределена с плотностью *f(x)*.

**Определение.** Дисперсия выборочной равна разности среднего арифметического значений квадратов признака и квадрата среднего значения признака

$$D(X)=\overline{x^2}-\left(\overline{x}\right)^2$$

**Задание № 1.** Найти математическое ожидание случайной величины $(X)$, если закон ее распределения задан таблицей

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,3 | 0,1 | 0,2 | 0,4 |

$M(X)=1\cdot 0{,}3+2\cdot 0{,}1+3\cdot 0{,}2+4\cdot 0{,}4=0{,}3+0{,}2+0{,}6+1{,}6=2{,}7$

Ответ: $M(X)=2{,}7$

**Задание № 2.** Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины $(X)$, если закон ее распределения задан таблицей

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,08 | 0,02 |

$M(X)=0\cdot 0{,}2+1\cdot 0{,}4+2\cdot 0{,}3+3\cdot 0{,}08+4\cdot 0{,}02=0+0{,}4+0{,}6+0{,}24+0{,}08=1{,}32$

$M(X^2)=0^2\cdot 0{,}2+1^2\cdot 0{,}4+2^2\cdot 0{,}3+3^2\cdot 0{,}08+4^2\cdot 0{,}02=0+0{,}4+1{,}2+0{,}72+0{,}32=2{,}64$

$[M(X)]^2=(1{,}32)^2=1{,}7424$

Вычислим дисперсию:

$D(X)=M\left(X^2\right)-[M(X)]^2=2{,}64-1{,}7424=0{,}8976$

Найдем среднее квадратичное отклонение: $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{0{,}8976}=0{,}9474\approx 0{,}9$

Ответ: $D(X)=0{,}8976$ и $\sigma(X)\approx 0{,}9$

**Задание № 3.** Вычислить выборочное среднее для выборки

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 1 | 1 | 3 | 4 | 11 | 5 |

$$\overline{x_в}=\frac{1\cdot 1+2\cdot 1+3\cdot 3+4\cdot 4+5\cdot 11+6\cdot 5}{1+1+3+4+11+5}=\frac{113}{25}=4{,}52$$

**Задание № 4.** Вычислить дисперсию выборки

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 1 | 1 | 3 | 4 | 11 | 5 |

$$\overline{x_в}=\frac{1\cdot 1+2\cdot 1+3\cdot 3+4\cdot 4+5\cdot 11+6\cdot 5}{1+1+3+4+11+5}=\frac{113}{25}=4{,}52$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{25}\left(1\cdot 1^2 + 1\cdot 2^2 + 3\cdot 3^2 + 4\cdot 4^2 + 11\cdot 5^2 + 5\cdot 6^2\right) = 22{,}04$$

$$D_в = \overline{x_в}^2 - \left(\overline{x_в}\right)^2 = 22{,}04 - (4{,}52) = 1{,}61$$

## Ход работы:

| | | |
|---|---|---|
| **В - 1** | № 1 | № 31 |
| **В - 2** | № 2 | № 32 |
| **В – 3** | № 3 | № 33 |
| **В – 4** | № 4 | № 34 |
| **В – 5** | № 5 | № 35 |
| **В – 6** | № 6 | № 36 |
| **В – 7** | № 7 | № 37 |
| **В – 8** | № 8 | № 38 |
| **В – 9** | № 9 | № 39 |
| **В – 10** | № 10 | № 40 |
| **В – 11** | № 11 | № 41 |
| **В – 12** | № 12 | № 42 |
| **В – 13** | № 13 | № 43 |
| **В – 14** | № 14 | № 44 |
| **В – 15** | № 15 | № 45 |

| | | |
|---|---|---|
| **В - 16** | № 16 | № 46 |
| **В - 17** | № 17 | № 47 |
| **В – 18** | № 18 | № 48 |
| **В – 19** | № 19 | № 49 |
| **В – 20** | № 20 | № 50 |
| **В – 21** | № 21 | № 51 |
| **В – 22** | № 22 | № 52 |
| **В – 23** | № 23 | № 53 |
| **В – 24** | № 24 | № 54 |
| **В – 25** | № 25 | № 55 |
| **В – 26** | № 26 | № 56 |
| **В – 27** | № 27 | № 57 |
| **В – 28** | № 28 | № 58 |
| **В – 29** | № 29 | № 59 |
| **В – 30** | № 30 | № 60 |

**Вычислить дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины**

**№1.**

| $X$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $p$ | $1/4$ | $1/2$ | $1/4$ |

**№ 2.**

| $X$ | 0 | 1 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ |

**№ 3.**

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | $1/6$ | $1/6$ | $1/6$ | $1/6$ | $1/6$ | $1/6$ |

**№ 4.**

| $X$ | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,2 | 0,1 | 0,25 | 0,15 | 0,3 |

**№ 5.**

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,0001 | 0,0036 | 0,0486 | 0,2916 | 0,6561 |

**№ 6.**

| $X$ | -8 | -4 | -1 | 1 | 3 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | $1/12$ | $1/6$ | $1/4$ | $1/6$ | $1/12$ | $1/4$ |

**№ 7.**

| $X$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | $1/6$ | $1/6$ | $1/12$ | $1/3$ | 0 | $1/4$ |

**№ 8.**

| $X$ | -1 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,48 | 0,01 | 0,09 | 0,42 |

**№ 9.**

| $X$ | -1 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,19 | 0,51 | 0,25 | 0,05 |

**№ 10.**

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,3 | 0,1 | 0,2 | 0,4 |

**№ 11.**

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,2 | 0,4 | 0,3 | 0,08 | 0,02 |

**№ 12.**

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,9 | 0,8 | 0,75 | 0,7 |

**№ 13.**

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ |

**№ 14.**

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,01 | 0, 32 | 0,46 | 0,21 |

**№ 15.**

| $X$ | -2 | -1 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,2 | 0,1 | 0,4 | 0,3 |

**№ 16.**

| $X$ | 0 | 1 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,1 | 0,1 | 0,6 | 0,2 |

**№ 17.**

| $X$ | 0 | 1 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,2 | 0,1 | 0,2 | 0,5 |

**№ 18.**

| $X$ | 1 | 9 |
|---|---|---|
| $p$ | 0,4 | 0,6 |

**№ 19.**

| $X$ | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0,1 | 0,4 | 0,5 |

**№ 20.**

| $X$ | 1 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0,1 | 0,3 | 0,6 |

| $X$ | 1 | 3 |
|---|---|---|

**№ 21.**

| | | |
|---|---|---|
| *p* | 0,4 | 0,6 |

**№ 22.**

| *X* | 1 | 2 |
|---|---|---|
| *p* | 0,6 | 0,4 |

**№ 23.**

| *X* | 4,3 | 5,1 | 10,6 |
|---|---|---|---|
| *p* | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

**№ 24.**

| *X* | 131 | 140 | 160 | 180 |
|---|---|---|---|---|
| *p* | 0,05 | 0,1 | 0,25 | 0,6 |

**№ 25.**

| *X* | -5 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| *p* | 0,4 | 0,3 | 0,1 | 0,2 |

**№ 26.**

| *X* | 4 | 5 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|
| *p* | 0,2 | 0,1 | 0,3 | 0,4 |

**№ 27.**

| *X* | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| *p* | 0,05 | 0,10 | 0,25 | 0,60 |

**№ 28.**

| *X* | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| *p* | $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ | $1/4$ |

**№ 29.**

| *X* | -4 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|
| *p* | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

**№ 30.**

| *X* | 0,21 | 0,54 | 0,61 |
|---|---|---|---|
| *p* | 0,1 | 0,5 | 0,4 |

**Составьте выборку и оцените дисперсию средней выборки.**

**№ 31.** **(**2, 7, 7, 7, 5, 7,  5, 5, 7, 7)

**№ 32.** (8, 8, 12, 12, 12, 12, 12, 8, 12, 12, 12, 12, 12, 4, 4, 7, 7, 4, 4, 4)

**№ 33.** (2, 7, 5, 5, 5, 7, 8, 8, 8, 8)

**№ 34.** (4, 4, 7, 8, 4, 8, 8, 7, 4, 4)

**№ 35.** (1, 4, 1, 4, 4, 5, 7, 7, 7, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 7)

**№ 36.** (2, 2, 4, 5, 5, 7, 7, 7, 10, 10, 10, 10, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3)

**№ 37.** (15, 20, 25, 30, 35, 35, 30, 25, 20, 20, 15, 15, 20, 20, 30, 30, 35, 35)

**№ 38.** (1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 7, 5, 5, 5, 5, 3)

**№ 39.** (1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5)

**№ 40.** (1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4)

**№ 41.** (-20, 0, 0, 10, 0, 10, -20, 0, 0, 10)

**№ 42.** (26, 6, 6, 6, 26, 6, 6, 6, 6, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 6, 6, 6, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3,3)

**№ 43.** (2, 2, 2,2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 5, 5, 10, 10, 10, 10)

**№ 44.** (1250, 1270, 1270, 1270, 1280, 1280, 1250, 1270, 1270, 1280)

**№ 45.** (2560, 2600, 2620, 2620, 2620, 2620, 2620, 2650, 2700, 2650, 2650, 2620, 2620, 2650, 2620, 2620, 2560, 2600, 2600, 2620)

**№ 46.** (186, 194, 192, 192, 194, 186, 194, 192, 192, 192)

**№ 47.** (8, 4, 4, 1, 1, 1, 1, 8, 4, 1)

**№ 48.** (102, 108, 108, 104, 108, 104, 108, 104, 102, 108)

**№ 49.** $x_i$ = (0,1; 0,5; 0,6; 0,8) и $n_i$ = (5; 15; 20; 10)

**№ 50.** $x_i$ = (1250; 1275; 50) и $n_i$ = (20; 25; 5)

**№ 51.** $x_i$ = (0,01; 0,05; 0,09) и $n_i$ = (2; 3; 20; 3)

**№ 52.** $x_i$ = (23, 5; 26,1; 28,2; 30,4) и $n_i$ = (2; 3; 4; 1)

**№ 53.** $x_i$ = (0; 1; 2; 3; 4) и $n_i$ = (132; 43; 20; 3; 2)

**№ 54.** $x_i$ = (0; 1; 2; 3; 4) и $n_i$ = (5; 2; 1; 1; 1)

**№ 54.** $x_i$ = (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6) и $n_i$ = (405; 366; 175; 40; 8; 4; 2

**№ 55.** $x_i$ = (3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; 21) и $n_i$ = (21; 16; 15; 26; 22; 14; 21; 22; 18; 25)

**№56.** $x_i$ = (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10) и $n_i$ = (28; 47; 81; 67; 53; 24; 13; 8; 3; 2; 1)

**№ 57.** $x_i$ = (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7) и $n_i$ = (2; 3; 10; 22; 26; 20; 12; 5)

**№ 58.** $x_i$ = (18,4;  18,9;  19,3;  19,6)   и    $n_i$ = (5; 10;  20; 15)

**№ 59.** $x_i$ = (-2;  0;  4;  8)   и    $n_i$ = (2;  3;  0,1;  5)

**№ 60.** $x_i$ = (0;  1;  2;  3;   4)   и    $n_i$ = (5; 15;  20; 25;  30)

### Контрольные вопросы:

1) Какая случайная величина называется *дискретной*?
2) Напишите формулу вычисления среднего арифметического значения признака выборки.
3) Что называется *математическим ожиданием* $M(X)$ дискретной случайной величины $(X)$? Как вычислить ее?
4) Что называется *дисперсией дискретной случайной* величины $(X)$? Напишите формулы вычисления *дисперсии дискретной случайной* величины $(X)$.

### Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на контрольные вопросы.

## Практическая работа №5

**Тема:** Вычислениечисловых характеристик НСВ. Построение функции плотности и интегральной функции распределения.

**Цель:** Научиться вычислять вероятности и характеристики НСВ.

**Обучающийся должен знать:**
- понятие НСВ.

-понятие равномерно распределённой НСВ.

**Обучающийся должен уметь:**
- вычислять НСВ

### Теоретическое обоснование

**Непрерывной** называют **случайную величину**, которая может принимать все значения из некоторого промежутка.

**Законом распределения** (или интегральной функцией распределения) **непрерывной случайной величины** X называется функция F(x), равная вероятности того, что X приняла значение меньше X:

$$F(x) = P(X < x).$$

**Плотностью распределения** (или дифференциальной функцией распределения) **непрерывной случайной величины** X называется функция f(x), равная производной интегральной функции распределения:

$$f(x) = F'(x).$$

В частности, вероятность попадания случайной величины в интервал ( a ; b ) равна:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

**Математическое ожиданиеM(X)** и **дисперсия D(X)** непрерывной случайной величины определяются через несобственные интегралы:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx, \quad D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M(x)]^2 f(x)dx.$$

Все свойства дисперсии и математического ожидания, установленные для ДСВ, сохраняются для НСВ.

**Замечание:** Если распределение симметрично, то его мода, медиана и математическое ожидание совпадают.

### Ход работы

### Решите задачи

1. Случайная величина X задана интегральной функцией:

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\, x\le -2\\ \dfrac{x}{4}+\dfrac{1}{2} & при\, -2<x\le 2\\ 1 & при\, x>2\end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина *X* примет значение: а) меньше 0; б) меньше 1; в) не меньше 1; г) заключенное в интервале (0;2).

2. Случайная величина задана интегральной функцией:

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\, x\le 1\\ \dfrac{x^2}{8}-\dfrac{1}{8} & при\, 1<x\le 3\\ 1 & при\, x>3\end{cases}$$

Найти: а) дифференциальную функцию случайной величины *X;* б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины *X;* в) вероятность попадания случайной величины в интервал (1;2).

3. Случайная величина X задана интегральной функцией:

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\, x\le A\\ \dfrac{x^3}{4} & при\, A<x\le B\\ 1 & при\, x>B\end{cases}$$

Найти значения *A и B,* математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины *X*.

4. Случайная величина *X* задана интегральной функцией:

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\, x\le 1\\ \dfrac{x^3}{2}-\dfrac{x}{2} & при\, 1<x\le 2.\\ 1 & при\, x>2\end{cases}$$

Найти: а) дифференциальную функцию случайной величины *X;* б) вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний случайная величина *X* хотя бы один раз примет значение, принадлежащее интервалу (1;1,5); в) начертить графики функций.

**Содержание отчета.**

1. Решить задачу и записать его ответ.
2. Устно ответить на контрольные вопросы.

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое НСВ.

2. Понятие равномерно распределённой НСВ

# Практическая работа №6

**Тема:** Вычислениечисловых характеристик выборки.

**Цель:** использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни; развивать вычислительные навыки.

**Обучающийся должен знать:**
- формулы вычисления относительной частоты, относительной накопленной частоты;
- формулы вычисления выборочной средней для выборки.

**Обучающийся должен уметь:**
- вычислять дисперсию выборки;
- находить относительные частоты, относительные накопленные частоты.

**Теоретическое обоснование.**

Случайное событие, связанное с некоторым опытом, является качественной характеристикой опыта.

**Определение.** *Генеральной совокупностью* называется множество числовых значений некоторого признака всех объектов рассматриваемой совокупности.

**Определение.** *Выборочной совокупностью* или просто *выборкой* называется множество числовых значений некоторого признака всех объектов, случайным образом отобранных из всей совокупности рассматриваемых объектов.

**Определение.** Наблюдаемые значения рассматриваемого признака называются *вариантами,* а последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке, называется *выборочным* или *вариационным рядом.*

**Определение.** Числа $n_1$, $n_2$, ..., $n_k$ называются *частотами,* а их отношения к объему выборки, т.е. $w_i = n_i / n$, - *относительными частотами* соответствующих вариант.

**Определение.** Отношение $\dfrac{n_i^{нак}}{n}$ накопленной частоты к общему объему выборки называется *относительной накопленной частотой,* $w_i^{нак} = \dfrac{n_i^{нак}}{n}$

**Определение.** *Статистическим распределением выборки* называется перечень вариант и соответствующих им частот или относительных частот.

**Определение.** Выборочным средним $\overline{x_в}$ выборки объема $n$ со статистическим распределением называется среднее арифметическое значений признака выборки, т.е.

$$\overline{x}_в = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + ... + x_k n_k}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i$$

**Определение.** Дисперсия выборочной равна разности среднего арифметического значений квадратов признака и квадрата среднего значения признака

$$D(X) = \overline{x^2} - \left(\overline{x}\right)^2$$

**Задание № 1.** Найти относительные частоты, накопленные частоты, накопленные относительные частоты.

| $x_i$ | 2 | 6 | 12 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 3 | 10 | 7 |

Вычислим объем выборки

$n = 3 + 10 + 7 = 20$

$w_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{3}{20} = 0{,}15$; $w_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{10}{20} = 0{,}5$; $w_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{7}{20} = 0{,}35$;

$n_1^{нак} = 0$; $n_2^{нак} = 0 + 3 = 3$; $n_3^{нак} = 10 + 3 = 13$;

$n_4^{нак} = 10 + 3 + 7 = 20 = n$

$w_1^{нак} = \frac{n_1^{нак}}{n} = 0$; $w_2^{нак} = \frac{n_2^{нак}}{n} = 0{,}15$; $w_3^{нак} = \frac{n_3^{нак}}{n} = 0{,}65$; $w_4^{нак} = \frac{n_4^{нак}}{n} = 1$

**Задание № 2.** Вычислить выборочное среднее для выборки

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 1 | 1 | 3 | 4 | 11 | 5 |

$$\overline{x_в} = \frac{1\cdot1 + 2\cdot1 + 3\cdot3 + 4\cdot4 + 5\cdot11 + 6\cdot5}{1+1+3+4+11+5} = \frac{113}{25} = 4{,}52$$

**Задание № 4.** Вычислить дисперсию выборки

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 1 | 1 | 3 | 4 | 11 | 5 |

$$\overline{x_в} = \frac{1\cdot1 + 2\cdot1 + 3\cdot3 + 4\cdot4 + 5\cdot11 + 6\cdot5}{1+1+3+4+11+5} = \frac{113}{25} = 4{,}52$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{25}\left(1\cdot1^2 + 1\cdot2^2 + 3\cdot3^2 + 4\cdot4^2 + 11\cdot5^2 + 5\cdot6^2\right) = 22{,}04$$

$$D_в = \overline{x_в^{\,2}} - \left(\overline{x_в}\right)^2 = 22{,}04 - (4{,}52) = 1{,}61$$

**Ход работы:**

| | |
|---|---|
| **В - 1** | № 1 |
| **В - 2** | № 2 |
| **В – 3** | № 3 |
| **В – 4** | № 4 |
| **В – 5** | № 5 |
| **В – 6** | № 6 |
| **В – 7** | № 7 |

| | |
|---|---|
| **В - 16** | № 16 |
| **В - 17** | № 17 |
| **В – 18** | № 18 |
| **В – 19** | № 19 |
| **В – 20** | № 20 |
| **В – 21** | № 21 |
| **В – 22** | № 22 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **В – 8** | № 8 | | **В – 23** | № 23 |
| **В – 9** | № 9 | | **В – 24** | № 24 |
| **В – 10** | № 10 | | **В – 25** | № 25 |
| **В – 11** | № 11 | | **В – 26** | № 26 |
| **В – 12** | № 12 | | **В – 27** | № 27 |
| **В – 13** | № 13 | | **В – 28** | № 28 |
| **В – 14** | № 14 | | **В – 29** | № 29 |
| **В – 15** | № 15 | | **В – 30** | № 30 |

Составьте выборку. Найти относительные частоты, накопленные частоты, накопленные относительные частоты. Вычислить дисперсию выборки**.**

**№ 1.** **(**2, 7, 7, 7, 5, 7, 5, 5, 7, 7)

**№ 2.** (8, 8, 12, 12, 12, 12, 12, 8, 12, 12, 12, 12, 12, 4, 4, 7, 7, 4, 4, 4)

**№ 3.** (2, 7, 5, 5, 5, 7, 8, 8, 8, 8)

**№ 4.** (4, 4, 7, 8, 4, 8, 8, 7, 4, 4)

**№ 5.** (1, 4, 1, 4, 4, 5, 7, 7, 7, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 7)

**№ 6.** (2, 2, 4, 5, 5, 7, 7, 7, 10, 10, 10, 10, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3)

**№ 7.** (15, 20, 25, 30, 35, 35, 30, 25, 20, 20, 15, 15, 20, 20, 30, 30, 35, 35)

**№ 8.** (1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 7, 5, 5, 5, 5, 3)

**№ 9.** (1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5)

**№ 10.** (1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4)

**№ 11.** (-20, 0, 0, 10, 0, 10, -20, 0, 0, 10)

**№ 12.** (26, 6, 6, 6, 26, 6, 6, 6, 6, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 6, 6, 6, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3,3)

**№ 13.** (2, 2, 2,2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 5, 5, 10, 10, 10, 10)

**№ 14.** (1250, 1270, 1270, 1270, 1280, 1280, 1250, 1270, 1270, 1280)

**№ 15.** (2560, 2600, 2620, 2620, 2620, 2620, 2620, 2650, 2700, 2650, 2650, 2620, 2620, 2650, 2620, 2620, 2560, 2600, 2600, 2620)

**№ 16.** (186, 194, 192, 192, 194, 186, 194, 192, 192, 192)

**№ 17.** (8, 4, 4, 1, 1, 1, 1, 8, 4, 1)

**№ 18.** (102, 108, 108, 104, 108, 104, 108, 104, 102, 108)

**№ 19.** (0,1; 0,1; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,1; 0,1; 0,1; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,8; 0,8; 0,8; 0,8; 0,6; 0,6; 06; 0,6; 0,6; 0,6; 0,8; 0,8; 0,8)

**№ 20.** $x_i$ = (1250; 1275; 1280; 1300); $n_i$ = (20; 25; 50; 5)

**№ 21.** $x_i$ = (0,01; 0,05; 0,09); $n_i$ = (2; 3; 5)

**№ 22.** $x_i$ = (23,5; 26,1; 28,2; 30,4); $n_i$ = (2; 3; 4; 1)

**№ 23.** $x_i$ = (0; 1; 2; 3; 4); $n_i$ = (132; 43; 20; 3; 2)

**№ 24.** $x_i$ = (0; 1; 2; 3; 4); $n_i$ = (5; 2; 1; 1; 1)

**№ 25.** $x_i$ = (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6); $n_i$ = (405; 366; 175; 40; 8; 4; 2)

**№ 26.** $x_i$ = (3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; 21); $n_i$ = (21; 16; 15; 26; 22; 14; 21; 22; 18; 25)

**№ 27.** $x_i$ = (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10); $n_i$ = (28; 47; 81; 67; 53; 24; 13; 8; 3; 2; 1)

**№ 28.** $x_i$ = (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7); $n_i$ = (2; 3; 10; 22; 26; 20; 12; 5)

**№ 29.** $x_i$ = (18,4; 18,9; 19,3; 19,6); $n_i$ = (5; 10; 20; 15)

**№ 30.** $x_i$ = (-2; 0; 4; 4); $n_i$ = (2; 3; 0,1; 5)

## Контрольные вопросы:

1) Что называется *генеральной совокупностью*?
2) Напишите формулу вычисления среднего арифметического значения признака выборки.
3) Что называется *выборкой ?*
4) Как находится *относительная частота?*
5) Как находится *относительная накопленная частота?*

## Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Устно ответить на контрольные вопросы.

# Список литературы


Основные источники

1.Кочетков, Е. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. — 2-е изд., испр. и перераб. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. — 240 с. — (Среднее профессиональное образование). - 978-5-16-105582-3. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1245262 (дата обращения: 27.01.2021). – Текст : электронный.

2 .Малугин, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. А. Малугин. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 470 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-06572-5. — URL: https://urait.ru/bcode/473494 (дата обращения: 27.01.2021). - Текст : электронный.

Дополнительные источники:

1.Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 232 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09115-1. — URL: https://urait.ru/bcode/472781 (дата обращения: 27.01.2021). — Текст : электронный.