Лянторский нефтяной техникум (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Югорский государственный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических работ

по дисциплине ЕН.01 Математика

специальность 15.02.14 Оснащение средствами автоматизации технологических процессов и производств (по отраслям)

Содержание

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению практических работ предназначены для упорядочения работы обучающихся, разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 15.02.14 Оснащение средствами автоматизации технологических процессов и производств (по отраслям).

Структура методических указаний определена последовательностью изучения дисциплины Математика, которая входит в математический и общий естественнонаучный цикл дисциплин специальности.

Программой дисциплины Математика предусмотрено выполнение практических работ в количестве 30 часов.

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а так же для получения практических знаний. Практические задания выполняются студентом самостоятельно, с применением знаний и умений, полученных на уроках, а так же с использованием необходимых пояснений, полученных от преподавателя при выполнении практического задания

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:

- анализировать сложные функции и строить их графики;
- выполнять действия над комплексными числами;
- вычислять значения геометрических величин;
- производить действия над матрицами и определителями;
- решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;
- решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчислений;
- решать системы линейных уравнений различными методами

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

- основные математические методы решения прикладных задач;
- основы дифференциального и интегрального исчислений;
- основные методы и понятия математического анализа, линейной алгебры;
- теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;
- роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать общими компетенциями, включающими в себя способность:

ОК1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.

ОК 9. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать профессиональными компетенциями, соответствующими видам деятельности:

ПК 1.3. Проводить виртуальное тестирование разработанной модели элементов систем автоматизации для оценки функциональности компонентов.

ПК 1.4. Формировать пакет технической документации на разработанную модель элементов систем автоматизации.

ПК 2.3. Проводить испытания модели элементов систем автоматизации в реальных условиях с целью подтверждения работоспособности и возможной оптимизации.

ПК 4.3. Организовывать работы по устранению неполадок, отказов оборудования и ремонту систем в рамках своей компетенции.

ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практические работы проводятся в ходе осуществления учебного процесса и направлены на закрепление теоретического материала. Практические работы оформляются в письменном виде, преподаватель проверяет отчет студента о выполненной практической работе и делает отметку в журнале учебных занятий.

К каждому практическому занятию преподавателями разработаны инструкции по их проведению. В содержании инструкции каждой практической работы даны краткие теоретические сведения или формулы, примеры решения задач, и задания для самостоятельного решения по вариантам. Практические работы необходимо выполнять в тетрадях с указанием номера, темы, целей работы.

Перед выполнением практической работы преподаватель проверяет готовность студентов к ее выполнению. Преподаватель контролирует выполнение практической работы в соответствии с инструкцией по проведению. Неподготовленные обучающиеся к выполнению работы не допускаются.

Изучая теоретическое обоснование, студент должен знать, что основной целью изучения теории является умение применять ее на практике.

После выполнения работы студент должен представить отчет о проделанной работе с полученными результатами и устно ее защитить.

При отсутствии студента по неуважительной причине выполняет работу самостоятельно во внеаудиторное время и защищает на консультации.

Неаккуратно выполненная практическая работа возвращается для доработки.

Показатели оценки практической работы по дисциплине:

- умение обучающегося использовать теоретические знания при выполнении практических заданий;
- уровень освоения обучающимися учебного материала;
- правильность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

Критерии оценивания практических работ

Отметка «5» ставиться, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если:

- выполнено 75-90% заданий;
- либо работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны;
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являются специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставиться, если:

- выполнено 51-75% заданий;
- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- выполнено менее 50% заданий;
- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

№ работы	Наименование темы	Наименование практических работ	Форма контроля	Кол-во часов	Формируемые ОК, ПК
1	Тема 1.1. Предел функции. Непрерывность функции	Нахождение пределов функций	оценка выполнения заданий, устный опрос	4	ОК 01, ОК 02, ОК 09, ОК 10, ПК 1.3, ПК 1.4, ПК 2.3, ПК 4.3
2	Тема 1.2. Производная, исследование функций с помощью производных	Условия монотонности функции. Необходимое и достаточное условие экстремума	оценка выполнения заданий, устный опрос	4	
3		Исследование функции одной переменной и построение графика. Асимптоты графика функции	оценка выполнения заданий, устный опрос	4	
4		Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям	оценка выполнения заданий, устный опрос	4	
5	Тема 1.3. Интеграл и его приложения	Вычисление интегралов. Интегрирование способом. подстановки Вычисление определенного интеграла	оценка выполнения заданий, устный опрос	2	
6		Вычисление площадей криволинейных фигур, объемов тел вращения, работы, давления	оценка выполнения заданий, устный опрос	2	
7	Тема 2.1. Алгебраическая форма комплексного числа	Действия над комплексными числами в алгебраической форме	оценка выполнения заданий, устный опрос	4	
8	Тема 3.1. Матрицы и определители	Действия с матрицами	оценка выполнения заданий, устный опрос	2	
9	Тема 3.2 Классическое определение вероятности	Решение заданий на классическое определение вероятности	оценка выполнения заданий, устный опрос, оценка	4	

Практическая работа № 1

Тема. Нахождение пределов функции.
Цель: формировать представления о методах вычисления производных.

Студент должен знать:
– определение производной;
– формулы вычисления производных;
– формулу нахождения корней квадратного трехчлена.

Студент должен уметь:
– находить производные элементарных функций.

Теоретическое обоснование

Постоянное число A называется ***пределом функции*** $y = f(x)$ в точке $x = a$, если для всех x, сколько угодно мало отличающихся от *a,* т.е. $(|x-a| < \delta)$, значение функции y сколь угодно мало отличается от числа A, т.е. $(|y-A| < \varepsilon)$, т.е. если при $x \to a$ выполняется условие $y \to A$, то $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$.

Теоремы о пределах

1. $\lim(x \pm y) = \lim x \pm \lim y$;
2. $\lim(x \cdot y) = \lim x \cdot \lim y$;
3. $\lim\left(\dfrac{x}{y}\right) = \dfrac{\lim x}{\lim y}$

Свойства пределов:

1. $\lim C = C$;
2. $\lim C \cdot y = C \lim y$

Замечательные пределы

1. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\sin x}{x} = 1$;
2. $\lim\limits_{x \to 0} (1+x)^{1/x} = e$ или $\lim\limits_{x \to 0} \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x = e$

Свойства:

1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin ax}{bx} = \dfrac{a}{b}$;
2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tgax}{bx} = \dfrac{a}{b}$;
3. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin ax}{\sin bx} = \dfrac{a}{b}$.

Если предел функции равен нулю, то она называется ***бесконечно малой величиной***.

$$\lim y = 0$$

Если предел функции равен бесконечности, т.е. величине, обратной к бесконечно малой величине, то она называется ***бесконечно большой величиной.***

$$\lim y = \infty .$$

Следовательно, $\lim \frac{1}{0} = \infty$; $\lim \frac{1}{\infty} = 0$

<u>Пример № 1.</u> Вычислить предел неопределенности вида $\left[\frac{0}{0}\right]$.

Для раскрытия неопределенности такого вида необходимо предварительно дробь сократить (разложив на множители), а затем найти предел.

$$\lim_{x\to\frac{3}{2}} \frac{4x^2-9}{2x+3} = \lim_{x\to\frac{3}{2}} \frac{(2x-3)(2x+3)}{(2x+3)} = \lim_{x\to\frac{3}{2}} (2x-3) = -3-3 = -6 .$$

<u>Пример № 2.</u> Вычислить предел неопределенности вида $\left[\frac{0}{0}\right]$.

$$\lim_{x\to 5} \frac{x^2-7x+10}{x^2-9x+20} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 5} \frac{(x-5)(x-2)}{(x-5)(x-4)} = \frac{3}{1} = 3,$$

где необходимо решить квадратные уравнения и использовать формулы:

$$D = b^2 - 4ac; \quad x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}; \; ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

$$x^2-7x+10=0, \qquad x^2-9x+20=0$$

$$D=(-7)^2-4\cdot 1\cdot 10 = 49-40=9; \; (\pm 3) \qquad D=(-9)^2-4\cdot 1\cdot 20 = 81-80=1; \quad (\pm 1)$$

$$x_1 = \frac{7-3}{2} = 2 \text{ и } x_2 = \frac{7+3}{2} = 5; \qquad x_1 = \frac{9-1}{2} = 4 \text{ и } x_2 = \frac{9+1}{2} = 5;$$

$$x^2-7x+10 = (x-5)(x-2). \qquad x^2-9x+20 = (x-5)(x-4)$$

<u>Пример № 3.</u> Вычислить предел неопределенности вида $\left[\frac{0}{0}\right]$.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = -\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = -\frac{1}{\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4}} =$$

$$= -\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

<u>Пример № 4.</u> Вычислить предел неопределенности вида $\left[\frac{0}{0}\right]$.

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{1+3x}+1)}{(\sqrt{1+3x}-1)(\sqrt{1+3x}+1)}=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{1+3x}+1)}{1+3x-1}=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{1+3x}+1)}{3x}=\frac{2}{3}$$

<u>Пример № 5.</u> Вычислить предел неопределенности вида $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$.

Для раскрытия неопределенности такого вида необходимо числитель и знаменатель разделить на x с наибольшим показателем степени.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4-x^2+2}{x^3-x+1}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{x^4\left(1-\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^4}\right)}{x^4\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}\right)}=\frac{1}{0}=\infty$$

<u>Пример № 6.</u> Вычислить предел.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\sin 5x}=\lim_{x\to 0}=\frac{\frac{\sin 3x}{x}}{\frac{\sin 5x}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}}{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{x}}=\frac{3}{5}.$$

<u>Пример № 7.</u> Вычислить предел.

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{5x}\right)^x=\left(\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{5x}\right)^{5x}\right)^{\frac{1}{5}}=e^{1/5}.$$

Ход работы

В - 1	№ 1	№ 31
В – 2	№ 2	№ 32
В – 3	№ 3	№ 33
В – 4	№ 4	№ 34
В – 5	№ 5	№ 35
В – 6	№ 6	№ 36
В – 7	№ 7	№ 37
В – 8	№ 8	№ 38
В – 9	№ 9	№ 39
В - 10	№ 10	№ 40
В - 11	№ 11	№ 41
В - 12	№ 12	№ 42
В - 13	№ 13	№ 43
В - 14	№ 14	№ 44
В - 15	№ 15	№ 45

В - 16	№ 16	№ 46
В - 17	№ 17	№ 47
В - 18	№ 18	№ 48
В - 19	№ 19	№ 49
В - 20	№ 20	№ 50
В – 21	№ 21	№ 51
В – 22	№ 22	№ 52
В – 23	№ 23	№ 53
В – 24	№ 24	№ 54
В – 25	№ 25	№ 55
В – 26	№ 26	№ 56
В – 27	№ 27	№ 57
В – 28	№ 28	№ 58
В – 29	№ 29	№ 59
В – 30	№ 30	№ 60

Вычислить предел функции:

1. $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}} \dfrac{x^2-3}{x^4+x^2+1}$

2. $\lim\limits_{x\to -1}\left(x^3-x^2+1\right)$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\left(3x^3+x^2-8x+10\right)$

4. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+2x+2}{x^2-1}$

5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x^2+x}{4x^3+x+10}$

6. $\lim\limits_{x\to 0{,}1} \dfrac{5x+4}{1-x}$

7. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-4x+5}{x^2+6}$

8. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{3}{2x-6}$

9. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{(x+3)(x-2)}{x+2}$

10. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2-5x-3}{4x^2-13x+3}$

11. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{4x^2-5x-1}{2x^2-x-1}$

12. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+3x-4}{x-1}$

13. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x^4+3x^3}{x^3}$

14. $\lim\limits_{x\to \frac{3}{2}} \dfrac{4x^2-25}{2x+5}$

15. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{x^2-1}$

16. $\lim\limits_{x\to 9} \dfrac{3-\sqrt{x}}{4-\sqrt{2x-2}}$

17. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3+3x^2-x-3}{x-1}$

18. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{6}{x^2-9}-\dfrac{1}{x-3}\right)$

19. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x^3+x}{x}$

20. $\lim\limits_{x\to -\frac{2}{3}} \dfrac{3x^2+5x+2}{3x^2+8x+4}$

21. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{x^2-2x-3}$

22. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

23. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{4x^2-7x-2}{5x^2-11x+2}$

24. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2+2x-15}{x^2-9}$

25. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x}{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}$

26. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{2x+1}}$

27. $\lim\limits_{x\to 8} \dfrac{\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt{x}-2\sqrt{2}}$

28. $\lim\limits_{x\to -27} \dfrac{x+27}{\sqrt[3]{x}+3}$

29. $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{3x^2-17x+10}{3x^2-16x+5}$

30. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{4x^2-7x+3}{3x^2-2x-1}$

Вычислить предел функции, используя «замечательный» предел:

31. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{2x+1}\right)^{x}$

32. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{3x}\right)^{x}$

33. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{5}{4x}\right)^{x}$

34. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x+1}{\sqrt{4x^2+1}}$

46. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{-x}$

47. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1/2}$

48. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{-x}$

49. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+a^2}{x^3+a^3}$

35. $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\frac{5}{3x}\right)^{2x}$

36. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{x}$

37. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x}{\sin 2x}$

38. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\arcsin 2x}{7x}$

39. $\lim\limits_{z\to 0}\frac{\sin^3 3z}{z^3}$

40. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sin 5x}$

41. $\lim\limits_{x\to \pi/4}\frac{\sin x-\cos x}{tgx-1}$

42. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{arctg5x}{3x}$

43. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos 2x-\cos x}{x}$

44. $\lim\limits_{x\to -\pi/2}\frac{\cos^2 x}{1+\sin^3 x}$

45. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{9x}$

50. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2x}{3}\right)^{2/(3x)}$

51. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{8}{x}\right)^{-x}$

52. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{5x}{\sin x}$

53. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2\left(x/4\right)}{x^2}$

54. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 8x}{7x}$

55. $\lim\limits_{x\to \pi}\frac{\sin^2 x}{1+\cos x}$

56. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x\cdot\cos x}{x}$

57. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^3 x}{x^4}$

58. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^3 2x}{x^3}$

59. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^3 x}{x^2}$

60. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 3x}{x}$

Контрольные вопросы

1. Что называется пределом функции?
2. Какая функция называется бесконечно малой?
3. Какая функция называется бесконечно большой?
4. Запишите два «замечательных» предела.

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на контрольные вопросы.

Практическая работа № 2

Тема. Условия монотонности функции. Необходимое и достаточное условие экстремума.

Цель: систематизировать и расширять сведения о функциях, совершенствовать графические умения; исследовать элементарные функции и решать простейшие задания.

Студент должен знать:

- все о функциях, совершенствование графических умений;
- простейшие определения исследования функции.

Студент должен уметь:

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;
- находить производные элементарных функций;
- использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков.

Теоретическое обоснование

Функция $y = f(x)$ называется *возрастающей* в промежутке $a < x < b$, если для любых x_1 *и* x_2, принадлежащих этому промежутку и таких, что $x_1 < x_2$, имеет место неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

Функция $y = f(x)$ называется *убывающей* в промежутке $u < x < b$, если для любых x_1 *и* x_2, принадлежащих этому промежутку и таких, что $x_1 < x_2$, имеет место неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

Как возрастающие, так и убывающие функции называются *монотонными,* а промежутки, в которых функция возрастает или убывает, - *промежутками монотонности.*

Если $f'(x) > 0$, то функция возрастает в некотором промежутке.

Если $f'(x) < 0$, то функция убывает в некотором промежутке.

Правило нахождения экстремумов функции $y = f(x)$ с помощью первой производной.

- Найти производную $y'(x)$
- Найти критические точки функции $y = f(x)$, т.е. точки, в которых $f'(x) = 0$ и обращается в нуль или терпит разрыв.
- Исследовать знак производной $f'(x)$ в промежутках, на которые найденные критические точки делят область определения функции $y = f(x)$.
- При $f'(x) < 0$, убывает.
- При $f'(x) > 0$, возрастает.
-

Для нахождения наименьшего и наибольшего значений функции, непрерывной в **некотором промежутке**, необходимо:

- Найти критические точки и вычислить значения функции в этих точках.
- Найти значения функции на концах промежутка.
- Сравнить полученные значения.

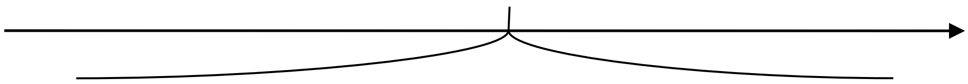
<u>Пример № 1.</u> Исследовать на экстремум функцию $f(x) = x^2 - 4x$

1) Находим $f'(x)=(x^2-4x)=2x-4=2(x-2)$

2) Найдем критические точки: $2(x-2)=0$,

$x-2=0$,

$x=2$, критическая точка делит область определения на промежутки



Исследуем функцию в промежутках:

x	$(-\infty;\quad 2)$	2	$(2;\quad +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$y=f(x)$	$\downarrow$	$f_{\min}=f(2)=-4$	$\uparrow$

Ответ: в промежутке $(-\infty;\quad 2)$ функция убывает;

В промежутке $(2;\quad +\infty)$ функция возрастает.

<u>Пример № 2.</u>

<u>Пример № 3.</u> Исследовать на максимум и минимум функцию $y=x^4-2x^2+2$.

1) Вычислим первую производную $y'=4x^3-4x=4x(x^2-1)$, или $y'=4x(x+1)(x-1)$.
2) находим корни первой производной, т.е. значения *x,* при которых y' обращается в нуль: $x=0,\quad x=-1,\quad x=1$.
3) Вычислим вторую производную $y''=12x^2-4$
4) Подставляя в выражение, определяющее вторую производную, найденные корни первой производной, получим

при $x=0\quad y''<0$,

при $x=-1\quad y''>0$,

при $x=1\quad y''>0$.

Следовательно, при $x=0$ функция $y=x^4-2x^2+2$ имеет *максимум,* а при $x=-1$ и при $x=1$ функция $y=x^4-2x^2+2$ имеет *минимумы.*

Ход работы

В - 1	№ 1	№ 16	№ 31	№ 46
В – 2	№ 2	№ 17	№ 32	№ 47
В – 3	№ 3	№ 18	№ 33	№ 48
В – 4	№ 4	№ 19	№ 34	№ 49
В – 5	№ 5	№ 20	№ 35	№ 50
В – 6	№ 6	№ 21	№ 36	№ 51
В – 7	№ 7	№ 22	№ 37	№ 52
В – 8	№ 8	№ 23	№ 38	№ 53
В – 9	№ 9	№ 24	№ 39	№ 54
В - 10	№ 10	№ 25	№ 40	№ 55
В - 11	№ 11	№ 26	№ 41	№ 56
В - 12	№ 12	№ 27	№ 42	№ 57

В - 13	№ 13	№ 28	№ 43	№ 58
В - 14	№ 14	№ 29	№ 44	№ 59
В - 15	№ 15	№ 30	№ 45	№ 60

Задание 1 . Определить промежутки возрастания и убывания функции:

1. $y = x^2 + 6x - 4$ **7.** $y = x^2 - 2x + 8$

2. $y = x^3 - 3x^2 + 7$ **8.** $y = -x^2 + 5x + 4$

3. $y = x^4 + 4x - 6$ **9.** $y = -x^3 + 3x - 2$

4. $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 270$ **10.** $y = x^3 + 3x + 2$

5. $y = \frac{1}{x}$ **11.** $y = -\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}$

6. $y = 8x^2 - \ln x$ **12.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$

13. $y = e^{-x^2}$ **22.** $y = x^3 + 4x$

14. $y = 2x^3 + x - 5$ **23.** $y = x^3 - 6x^2 - 15x - 2$

15. $y = -2x + \sin x$ **24.** $y = 4x - 5$

16. $y = 5x^2 - 3x + 1$ **25.** $y = x^2(x - 3)$

17. $y = x^3 - 27x$ **26.** $y = 4 - x^4$

18. $y = 12x + 3x^2 - 2x^3$ **27.** $y = x(x^2 - 12)$

19. $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ **28.** $y = x^4 - 2x^2$

20. $y = 8x^2 - x^4$ **29.** $y = x^3 - 27x + 2$

21. $y = x^4 - 4x - 9$ **30.** $y = -1 + 3x^2 - x^3$

Задание 2 Исследовать на максимум и минимум функцию:

31. $y = x^2 + 2x - 1$ **46.** $y = 1 + 6x - 3x^2$

32. $y = 2x^2 - 5x + 7$ **47.** $y = 2x^2 + 8x - 11$

33. $y = 3 + 8x - x^2$ **48.** $y = 2x^3 + x^2 - 2$

34. $y = 4 - 3x - 5x^2$ **49.** $y = 3x^4 + 2x^2 - 5$

35. $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 1$ **50.** $y = x + \frac{1}{x}$

36. $y = 6 + 12x - x^3$ **51.** $y = x^3$

37. $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 10$ **52.** $y = x^3 - 3x + 2$

38. $y = 5 + 36x + 3x^2 - 4x^3$ **53.** $y = 2 - x - x^3$

39. $y = x^3 + 4x$ **54.** $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 20$

40. $y = 2x^3 + 3x^2 + 6x - 10$ **55.** $y = x^2 + x - 5$

41. $y = x^4 - 2x^3 - 2x^2$ **56.** $y = x^2 - 2x$

42. $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ **57.** $y = x^2 + x - 2$

43. $y = (x + 2)^2(x - 4)$ **58.** $y = -x^2 + 2$

44. $y = (x - 1)^3(x - 2)^2$ **59.** $y = x^2 - 1$

45. $y = x^3 + 1$ **60.** $y = x^4 - 4x^2$

Контрольные вопросы

1. 1. Каковы признаки монотонности функции?
2. Раскройте понятие экстремумов, необходимые и достаточные условия экстремумов.
3. Каково правило исследования функции на экстремум?
4. Каковы признаки выпуклости и вогнутости функции?
5. Какие существуют необходимые и достаточные условия перегиба?
6. Каково правило исследования функции на выпуклость, вогнутость, перегиб?
7. Какие виды асимптот функции существуют, и каково правило их нахождения?
8. Описать общую схему полного исследования функции.

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на контрольные вопросы.

Практическая работа № 3

Тема. Исследование функции одной переменной и построение графика. Асимптоты графика функции

Цель: развивать логическое мышление, пространственное воображение; исследовать элементарные функции и решать простейшие задания.

Студент должен знать:

- все о функциях, совершенствование графических умений;
- простейшие определения исследования функции.

Студент должен уметь:

- использовать свойства функций для построения графиков.

Теоретическое обоснование

Пусть функция $f(x)$ непрерывна и дифференцируема на отрезке $[a;b]$, то для нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке нужно:

1. найти производную функции, $f'(x)$
2. найти стационарные точки - решаем уравнение, приравнивая производную к нулю $f'(x)=0$
3. среди полученных стационарных $x_1, x_2 \ldots$ точек выбрать те, которые принадлежат отрезку $[a;b]$
4. найти значение в стационарных точках $f(x_1), f(x_2) \ldots$ и в концах отрезка, то есть $f(a)$ и $f(b)$.
5. среди полученных значений выбрать наибольшее $y_{наиб}$ или наименьшее $y_{наим}$

Пример 1

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=2x^3-12x^2+18x+3$ на отрезке $[-1;2]$

Решение:

1): Находим производную функции $f'(x)=(2x^3-12x^2+18x+3)'=6x^2-24x+18$

2) Находим стационарные точки - решаем уравнение, приравнивая производную к нулю

$f'(x)=(2x^3-12x^2+18x+3)'=6x^2-24x+18=6(x^2-4x+3)=0$

Полученное **квадратное уравнение** имеет два действительных корня: $x_1=1,\ x_2=3$ – критические точки.

3) Выбрать те, точки которые принадлежат отрезку $[-1;2]$

Первая критическая точка принадлежит данному отрезку: $x_1=1\in[-1;2]$

А вот вторая – нет: $x_2=3\notin[-1;2]$, поэтому про неё сразу забываем.

4) Вычислим значения функции в критических точках, принадлежащих данному отрезку Вычислим значение функции в **нужной точке**:

$f(x_1)=f(1)=2\cdot1^3-12\cdot1^2+18\cdot1+3=2-12+18+3=\mathbf{11}$

Вычислим значения функции на концах **отрезка**:

$f(-1)=2\cdot(-1)^3-12\cdot(-1)^2+18\cdot(-1)+3=-2-12-18+3=\mathbf{-29}$

$f(2)=2\cdot2^3-12\cdot2^2+18\cdot2+3=16-48+36+3=\mathbf{7}$

3) Выбираем наибольшее и наименьшее.

Ответ: $\max\limits_{[-1;2]} f(x) = f(1) = 11, \quad \min\limits_{[-1;2]} f(x) = f(-1) = -29$

Построение графика произвольной функции может быть как отдельной задачей, так и вспомогательной - например, при решении уравнений графическим способом, или при решении задач с параметрами.

Алгоритм **исследования функции** $y=f(x)$ **и построения ее графика** таков:

1. Находим область определения **(D(f))** функции $y=f(x)$.

2. Находим точки пересечения графика с осями координат.

Находим нули функции - это точки пересечения графика функции $y=f(x)$ с осью абсцисс (OX).

Для этого мы решаем уравнение $f(x)=0$.

Корни этого уравнения являются ***абсциссами точек пересечения графика функции с осью OX.***

Находим точку пересечения графика функции $y=f(x)$ с осью ординат (OY). Для этого ищем значение функции при $x=0$.

3. Исследуем функцию с помощью производной: **находим промежутки возрастания и убывания функции, а также точки максимума и минимума.**

Для этого мы следуем привычному алгоритму.

а) Находим производную $f'(x)$

в) Находим промежутки знакопостоянства производной. Промежутки, на которых **производная положительна**, являются промежутками **возрастания** функции.

Промежутки, на которых **производная отрицательна**, являются промежутками **убывания** функции.

Точки, в которых производная меняет знак с плюса на минус, являются точками максимума.

Точки, в которых производная меняет знак с минуса на плюс, являются точками минимума.

Пример 2 Исследуем функцию $y=\dfrac{x^3}{x^2-3}$ и построим ее график.

1) Найдем D(y).

$x^2-3 \neq 0$

$x \neq \pm\sqrt{3}$

2) Найдем точки пересечения с осями координат.

а) Точки пересечения с осью OX (y=0)

$\dfrac{x^3}{x^2-3} = 0$

$x=0$

б) Точка пересечения с осью OY (x=0)

$y=\dfrac{0}{0-3}=0$

График нашей функции проходит через начало координат.

3) Найдем промежутки возрастания-убывания функции $y=\frac{x^3}{x^2-3}$ и экстремумы.

а) Найдем производную функции $y=\frac{x^3}{x^2-3}$

$$y'=\left(\frac{x^3}{x^2-3}\right)'=\frac{3x^2\left(x^2-3\right)-x^3\left(2x\right)}{\left(x^2-3\right)^2}=\frac{3x^4-9x^2-2x^4}{\left(x^2-3\right)^2}=\frac{x^4-9x^2}{\left(x^2-3\right)^2}$$

б) Приравняем производную к нулю:

$$x^4-9x^2=0$$

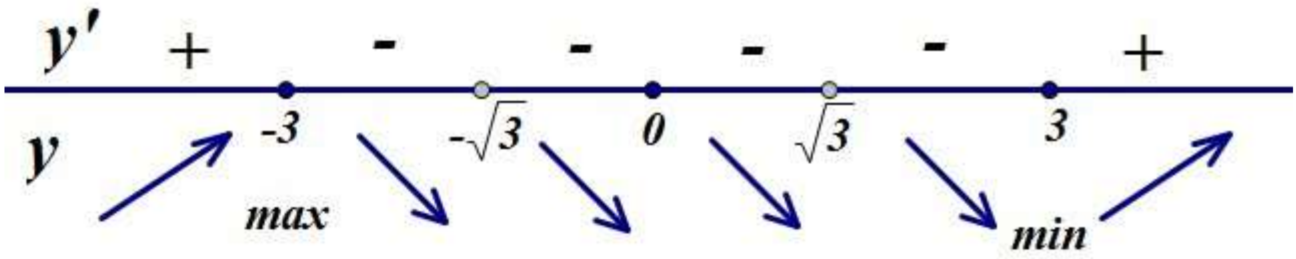
$$x^2\left(x^2-9\right)=0$$

$x=0$ (корень четной кратности); $x=-3$; $x=3$

Корни знаменателя - $x=\pm\sqrt{3}$ - также корни четной кратности.

В корнях четной кратности производная знак не меняет.

в) Нанесем нули производной и корни ее знаменателя на числовую ось, расставим знаки и найдем точки экстремума и промежутки возрастания и убывания.



Итак, мы нашли промежутки возрастания и убывания.

Найдем значение функции в точках экстремума:

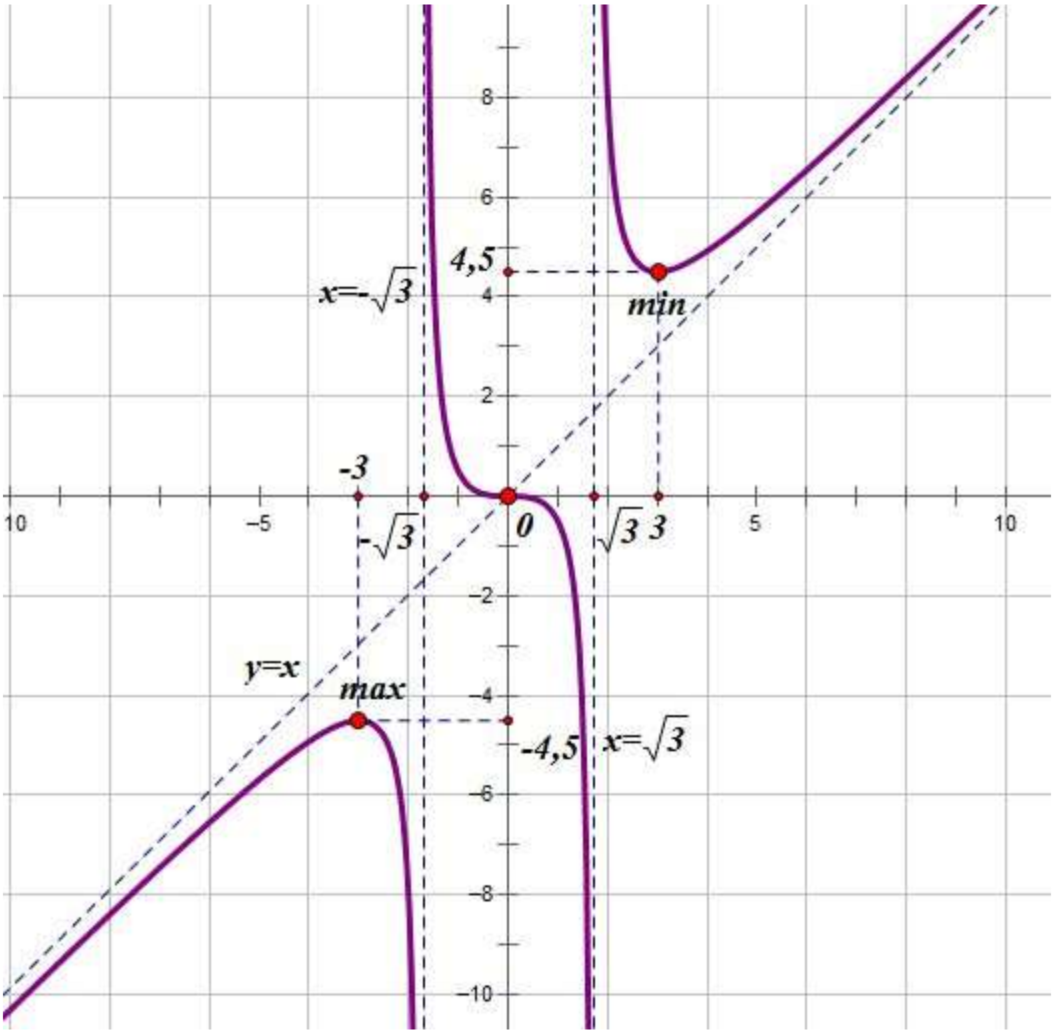
$x_{\max}=-3$

$$y_{\max} = y(-3) = \frac{(-3)^3}{(-3)^2 - 3} = \frac{-27}{6} = -4,5$$

$$x_{\min} = 3$$

$$y_{\min} = y(3) = \frac{(3)^3}{(3)^2 - 3} = \frac{27}{6} = 4,5$$

Итак, отметим в нашей координатной плоскости точки минимума и максимума функции и точку пересечения графика функции с осями координат.



На рисунке ниже большими красными кружками обозначены точки, через которые проходит график функции.

Ход работы

Вариант 1

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=\frac{x+6}{x^2+13}$; $[-5;5]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$

Вариант 2

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=\frac{x-3}{x^2+16}$; $[-5;10]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x)=\frac{x^3-1}{4x^2}$

Вариант 3

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=\frac{x+3}{x^2+7}$; $[-3;7]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$

Вариант 4

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=\frac{x-4}{x^2+6}$; $[-4;6]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x)=\frac{1-x^3}{x^2}$

Вариант 5

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=3x+x^3-1-3x^2$; $[-1;2]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x)=\frac{(x+1)^2}{x-2}$

Вариант 6

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=\frac{1}{2}+x^5-\frac{5}{3}x^3$; $[0;2]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x)=\frac{(x+3)^2}{2x-8}$

Вариант 7

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=1-2x^2+x^4$; $[-2;0]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x)=\frac{x^2-4}{x}$

Вариант 8

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=\dfrac{x+4}{x^2-3};\ [2;4]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x)=\dfrac{6-x^3}{x^2}$

Вариант 9

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=\dfrac{1-x}{1+x};\ [-1;1]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x^2-4}$

Вариант 10

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y=\dfrac{x-1}{x^2+3};\ [-3;3]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x)=\dfrac{x^2-16}{2x-4}$

Контрольные вопросы

1. Что такое асимптота?
2. Какие виды асимптот вы знаете?
3. Перечислите алгоритм исследования функции.

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на контрольные вопросы.

Практическая работа № 4

Тема. Применение дифференциала функции к приближенным вычислениям.
Цель: Проверить знания и умения студентов в применении дифференциала функции к приближенным вычислениям.

Студент должен знать:
- формулы вычисления дифференциала функции.

Студент должен уметь:
- применять формулы дифференциала функции к приближенным вычислениям.

Теоретическое обоснование

Дифференциалом dy функции $y=f(x)$ *(дифференциалом первого порядка)* называется главная часть ее приращения, пропорциональная приращению Δx независимой переменной *x.*

Если приращение Δx независимой переменной достаточно мало по абсолютной величине, то с точностью до бесконечно малых более высокого порядка, чем Δx, имеет место приближенное равенство $\Delta y \approx dy$, или

$$y(x+\Delta x)\approx y(x)+y'(x)\Delta x$$

Это соотношение используется для приближенного вычисления значения функции, так как вычисление дифференциала функции значительно проще вычисления ее приращения.

<u>Пример № 1.</u> Найти приращение Δy и дифференциал dy функции $y=x^2-x+1$ при $x=3$ *и* $\Delta x=0{,}01$. Каковы абсолютная и относительная погрешности, которые получаются при замене приращения функции ее дифференциалом?

Решение:

Находим приращение функции

$$\Delta y=y(x+\Delta x)-y(x)=y(3+0{,}01)-y(3)=\left[(3+0{,}01)^2-(3+0{,}01)+1\right]-\left(3^2-3+1\right)=0{,}0501$$

Найдем дифференциал функции

$$dy=y'(x)\Delta x=y'(3)\cdot 0{,}01=(2x-1)\big|_{x=3}\cdot 0{,}01=(2\cdot 3-1)\cdot 0{,}01=0{,}05$$

Абсолютная погрешность

$$|dy-\Delta y|=|0{,}05-0{,}0501|=0{,}0001$$

Относительная погрешность

$$\left|\frac{dy-\Delta y}{\Delta y}\right|=\frac{0{,}0001}{0{,}0501}\approx 0{,}002=0{,}2\%$$

<u>Пример № 2.</u> Найти приближенное значение степени $5{,}013^3$

Представим данную степень в виде $(5+0{,}013)^3$. Приняв $x_0 = 5$ и $\Delta x = 0{,}013$, по формуле

$$(x_0 + \Delta x)^n \approx x_0^n + n x_0^{n-1} \Delta x$$

найдем:

$$5{,}013^3 = (5+0{,}013)^3 \approx 5^3 + 3 \cdot 5^2 \cdot 0{,}013 = 125{,}975$$

Пример № 3. Найти приближенное значение корня $\sqrt{0{,}96}$

Решение:

Представим данный корень в виде $\sqrt{0{,}96} = \sqrt{1-0{,}04}$

Приняв $x_0 = 1$ и $\Delta x = -0{,}04$ по формуле

$$\sqrt[k]{x_0 + \Delta x} \approx \sqrt[k]{x_0} + \frac{\sqrt[k]{x_0}}{k x_0} \Delta x$$

найдем:

$$\sqrt{0{,}94} = \sqrt{1-0{,}04} \approx 1 - \frac{0{,}04}{2} = 0{,}98$$

Ход работы

В - 1	№ 1	№ 31
В – 2	№ 2	№ 32
В – 3	№ 3	№ 33
В – 4	№ 4	№ 34
В – 5	№ 5	№ 35
В – 6	№ 6	№ 36
В – 7	№ 7	№ 37
В – 8	№ 8	№ 38
В – 9	№ 9	№ 39
В - 10	№ 10	№ 40
В - 11	№ 11	№ 41
В - 12	№ 12	№ 42
В - 13	№ 13	№ 43
В - 14	№ 14	№ 44
В - 15	№ 15	№ 45

В - 16	№ 16	№ 46
В - 17	№ 17	№ 47
В - 18	№ 18	№ 48
В - 19	№ 19	№ 49
В - 20	№ 20	№ 50
В – 21	№ 21	№ 51
В – 22	№ 22	№ 52
В – 23	№ 23	№ 53
В – 24	№ 24	№ 54
В – 25	№ 25	№ 55
В – 26	№ 26	№ 56
В – 27	№ 27	№ 57
В – 28	№ 28	№ 58
В – 29	№ 29	№ 59
В – 30	№ 30	№ 60

Найти приближенное значение приращения функции:

1. $y = x^2 + 6x - 4$ при $x_0 = 4$, $\Delta x = 0{,}001$
2. $y = x^3 - 3x^2 + 7$ при $x_0 = 3$, $\Delta x = 0{,}01$
3. $y = x^4 + 4x - 6$ при $x_0 = 2$, $\Delta x = 0{,}001$
4. $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 270$ при $x_0 = 2$, $\Delta x = 0{,}01$
5. $y = 5x^3 - 2x + 3$ при $x_0 = 2$, $\Delta x = 0{,}01$

6. $y=8x^2-\ln x$ при $x_0=2$, $\Delta x=0{,}001$

7. $y=x^2-2x+8$ при $x_0=3$, $\Delta x=0{,}01$

8. $y=-x^2+5x+4$ при $x_0=4$, $\Delta x=0{,}001$

9. $y=-x^3+3x-2$ при $x_0=2$, $\Delta x=0{,}001$

10. $y=x^3+3x+2$ при $x_0=2$, $\Delta x=0{,}01$

11. $y=-\dfrac{2x^2}{3}+x+\dfrac{2}{3}$ при $x_0=2$, $\Delta x=0{,}01$

12. $y=x^4-2x^2-3$ при $x_0=3$, $\Delta x=0{,}01$

13. $y=e^{-x^2}$ при $x_0=3$, $\Delta x=0{,}01$

14. $y=2x^3+x-5$ при $x=2{,}01$

15. $y=-2x+\sin x$ при $x=1{,}01$

16. $y=5x^2-3x+1$ при $x=3{,}01$

17. $y=x^3-27x$ при $x=2{,}002$

18. $y=12x+3x^2-2x^3$ при $x=2{,}001$

19. $y=x^3+3x^2-9x+1$ при $x=4{,}01$

20. $y=8x^2-x^4$ при $x=4{,}02$

21. $y=x^4-4x-9$ при $x=2{,}03$

22. $y=x^3+4x$ при $x=2{,}04$

23. $y=x^3-6x^2-15x-2$ при $x=2{,}01$

24. $y=4x-5$ при $x=3{,}02$

25. $y=x^2(x-3)$ при $x=2{,}01$

26. $y=4-x^4$ при $x=1{,}01$

27. $y=x(x^2-12)$ при $x=5{,}01$

28. $y=x^4-2x^2$ при $x=3{,}04$

29. $y=x^3-27x+2$ при $x=1{,}04$

30. $y=-1+3x^2-x^3$ при $x=2{,}01$

Найти приближенное значение:

31. $(4{,}012)^2$

32. $\sqrt{1{,}006}$

33. $(9{,}06)^2$

34. $(1{,}012)^3$

35. $(9{,}95)^3$

36. $(1{,}005)^{10}$

37. $(0{,}975)^4$

38. $\sqrt[3]{1{,}012}$

39. $\sqrt{25{,}16}$

46. $(3{,}025)^4$

47. $(5{,}013)^3$

48. $\sqrt{0{,}96}$

49. $\sqrt{2{,}15}$

50. $\sqrt{3{,}01}$

51. $(0{,}002)^2$

52. $(3{,}005)^2$

53. $(52{,}03)^3$

54. $\sqrt{26{,}13}$

40. $\sqrt{24{,}84}$

41. $\sqrt{101}$

42. $\sqrt{99{,}5}$

43. $\sqrt[10]{1{,}03}$

44. $(1{,}013)^2$

45. $\sqrt[6]{2{,}78}$

55. $(2{,}28)^3$

56. $(0{,}023)^2$

57. $(14{,}02)^2$

58. $\sqrt{16{,}02}$

59. $\sqrt[3]{2{,}001}$

60. $(2{,}0346)^2$

Контрольные вопросы

1. Напишите формулу вычисления приближенного значения приращения функции.
2. По какой формуле можно найти приближенное значение степени.
3. По какой формуле можно найти приближенное значение корня.

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Запишите ответы на вопросы.

Практическая работа № 5

Тема. Вычисление интегралов. Интегрирование способом. подстановки Вычисление определенного интеграла.

Цель: выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; выполнять преобразования выражений, применяя формулы,

Студент должен знать:

- таблицу неопределенных интегралов;
- методы вычисления

Студент должен уметь:

- использовать формулы интегрирования.

Теоретическое обоснование

Совокупность всех первообразных для функции $f(x)$, определенных на некотором промежутке $[a;\ \ b]$, называется *неопределенным интегралом от функции* $f(x)$ на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x)dx$.

Методы интегрирования

Непосредственное интегрирование.

Пример № 1.

$$\int \frac{3x^4+2x^2-3x+7}{x^2}dx = 3\int x^2dx + 2\int dx - 3\int \frac{dx}{x} + 7\int x^{-2}dx = 3\frac{x^3}{3} + 2x - 3\ln|x| + 7\frac{x^{-1}}{(-1)} + C =$$

$$= x^3 + 2x - 3\ln|x| - \frac{7}{x} + C$$

Пример № 2,

$$\int \frac{dx}{\sqrt{25x^2+4}} = \int \frac{dx}{\sqrt{25\left(x^2+\frac{4}{25}\right)}} = \frac{1}{5}\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+\frac{4}{25}}} = \frac{1}{5}\ln\left|x+\sqrt{x^2+\frac{4}{25}}\right| + C =$$

$$= \frac{1}{5}\ln\left|x+\frac{1}{5}\sqrt{25x^2+4}\right| + C = = \frac{1}{5}\ln\left|5x+\sqrt{25x^2+4}\right| + C_1, \quad \text{где} \quad C_1 = C - \frac{\ln 5}{5}$$

Интегрирование методом замены переменной (методом подстановки).

Пример № 3.

$$\int \frac{3\cos x dx}{\sqrt{1+2\sin x}}$$

Положим $1+2\sin x=t$, тогда $2\cos x dx=dt$, или $\cos x dx=\frac{1}{2}dt$. Следовательно,

$$\int\frac{3\cos x dx}{\sqrt{1+2\sin x}}=\frac{3}{2}\int\frac{dt}{\sqrt{t}}=\frac{3}{2}\int t^{-1/2}dt=\frac{3}{2}\cdot 2t^{1/2}+C=3\sqrt{t}+C=3\sqrt{1+2\sin x}+C$$

Интегрирование по частям $\int u dv=uv-\int v du$

Пример № 4.

$$\int x\sin 2x dx$$

Положим $u=x,\quad dv=\sin 2x dx$, тогда $du=dx,\quad v=\int\sin 2x dx=-\frac{1}{2}\cos 2x$

$$\int x\sin 2x dx=-\frac{x}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\int\cos 2x dx=-\frac{x}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$$

Интегрирование некоторых тригонометрических функций

$$\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}\qquad\qquad \cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}$$

Пример № 5.

$$\int\cos^4 x dx=\int\left(\cos^2 x\right)^2 dx=\int\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^2 dx=\frac{1}{4}\int dx+\frac{1}{2}\int\cos 2x dx+\frac{1}{4}\int\cos^2 2x dx$$

В последнем интеграле заменим $\cos^2 2x$ на $\frac{(1+\cos 4x)}{2}$; тогда получим

$$\int\cos^4 x dx=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{8}\int(1+\cos 4x)dx=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{8}x+\frac{1}{32}\sin 4x+C=$$
$$=\frac{3}{8}x+\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{32}\sin 4x+C$$

Ход работы

В - 1	№ 1	№ 31
В – 2	№ 2	№ 32
В – 3	№ 3	№ 33
В – 4	№ 4	№ 34
В – 5	№ 5	№ 35
В – 6	№ 6	№ 36
В – 7	№ 7	№ 37
В – 8	№ 8	№ 38
В – 9	№ 9	№ 39
В - 10	№ 10	№ 40
В - 11	№ 11	№ 41
В - 12	№ 12	№ 42
В - 13	№ 13	№ 43
В - 14	№ 14	№ 44

В - 15	№ 15	№ 45

В - 16	№ 16	№ 46
В - 17	№ 17	№ 47
В - 18	№ 18	№ 48
В - 19	№ 19	№ 49
В - 20	№ 20	№ 50
В – 21	№ 21	№ 51
В – 22	№ 22	№ 52
В – 23	№ 23	№ 53
В – 24	№ 24	№ 54
В – 25	№ 25	№ 55
В – 26	№ 26	№ 56
В – 27	№ 27	№ 57
В – 28	№ 28	№ 58
В – 29	№ 29	№ 59
В – 30	№ 30	№ 60

Найти интеграл:

1. $\int (x^2 + 2x - 1)dx$

2. $\int (x^3 - 3x^2 + 7)dx$

3. $\int (x^4 + 4x - 6)dx$

4. $\int (2x^3 - 15x^2 + 36x - 270)dx$

5. $\int \frac{dx}{x}$

6. $\int (8x^2 - \ln x)dx$

7. $\int (x^2 - 2x + 8)dx$

8. $\int (-x^2 + 5x + 4)dx$

9. $\int (-x^3 + 3x - 2)dx$

10. $\int (x^3 + 3x + 2)dx$

11. $\int \left(-\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}\right)dx$

12. $\int (x^4 - 2x^2 - 3)dx$

13. $\int (2x^2 - 5x + 7)dx$

14. $\int (2x^3 + x - 5)dx$

15. $\int (-2x + \sin x)dx$

16. $\int (5x^2 - 3x + 1)dx$

17. $\int (x^3 - 27x)dx$

18. $\int (12x + 3x^2 - 2x^3)dx$

19. $\int [x^3 + 3x^2 - 9x + 1]dx$

20. $\int (8x^2 - x^4)dx$

21. $\int (x^4 - 4x - 9)dx$

22. $\int (x^3 + 4x)dx$

23. $\int (x^3 - 6x^2 - 15x - 2)dx$

24. $\int (4x - 5)dx$

25. $\int (x^2(x - 3))dx$

26. $\int (4 - x^4)dx$

27. $\int [x(x^2 - 12)]dx$

28. $\int (x^4 - 2x^2)dx$

29. $\int (x^3 - 27x + 2)dx$

30. $\int (-1 + 3x^2 - x^3)dx$

Найти интеграл:

31. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 9}}$

32. $\int = \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}$

33. $\int (5x + 2)^7 dx$

46. $\int \left(e^{-x^2}\right)dx$

47. $\int (x - 3)^5 dx$

48. $\int \sqrt[3]{(x + 5)^2}\, dx$

34. $\int \sqrt{2x-1}dx$

35. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2-3x}}$

36. $\int \left(x^4+3\right)^5 x^3 dx$

37. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2x^3-5}}$

38. $\int \frac{6dx}{3x+7}$

39. $\int \frac{x^3 dx}{3x^4-2}$

40. $\int x \cdot \cos\left(x^2+3\right)dx$

41. $\int 2\cos\frac{x}{2}dx$

42. $\int \frac{3dx}{\sin^2 3x}$

43. $\int tg5xdx$

44. $\int ctg(x+5)dx$

45. $\int \cos 3xdx$

49. $\int \sqrt[4]{2x-3}dx$

50. $\int \frac{3dx}{\sqrt[4]{3x+5}}$

51. $\int \frac{3x^2 dx}{\left(2-x^3\right)^4}$

52. $\int \frac{3dx}{x-1}$

53. $\int \frac{3xdx}{5+x^2}$

54. $\int \frac{2\cos xdx}{3\sin x+5}$

55. $\int 5\sin 3xdx$

56. $\int \frac{5dx}{\cos^2 2x}$

57. $\int \frac{2dx}{e^{3x}}$

58. $\int x \cdot \cos xdx$

59. $\int x \cdot e^x dx$

60. $\int (x-1)e^{2x} dx$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение неопределенного интеграла?
2. Таблица интегралов
3. Перечислите методы вычисления неопределенного интеграла.

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на контрольные вопросы.

Практическая работа № 6

Тема. Вычисление площадей криволинейных фигур, объемов тел вращения, работы, давления

Цель: выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; выполнять преобразования выражений, применяя формулы,

Студент должен знать:

- таблицу интегралов;
- методы вычисления определенных интегралов.

Студент должен уметь:

- использовать формулы интегрирования.

Теоретическое обоснование

Приращение *F(b) – F(a)* любой из первообразных функций *F(x)* + *C* при изменении аргумента от $x = a$ до $x = b$ называется *определенным интегралом функции* $f(x)$ и обозначается $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Функция $f(x)$, для которой существует определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$, называется интегрируемой на отрезке $[a; \quad b]$

<u>Пример № 1.</u> Вычислить определенный интеграл.

$$\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{2\sin x dx}{(1-\cos x)^2}$$

Положим $1 - \cos x = t$, тогда $\sin x dx = dt$, $t_{н.} 1 - \cos(\pi/2) = 1$; $t_{в.} = 1 - \cos\pi = 2$.

Следовательно,

$$\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{2\sin x dx}{(1-\cos x)^2} = 2\int_1^2 \frac{dt}{t^2} = 2\int_1^2 t^{-2}dt = -2t^{-1}\Big|_1^2 = -\frac{2}{t}\Big|_1^2 = 2 = 1$$

<u>Пример № 2.</u> Вычислить определенный интеграл.

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x dx}{e^{2x} - 1}$$

Положим $e^x = t$, тогда $e^x dx = dt$, $t_н = e^{\ln 2} = 2$, $t_в = e^{\ln 3} = 3$. Следовательно,

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3}\frac{e^x dx}{e^{2x}-1}=\int_2^3\frac{dt}{t^2-1}=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|\Bigg|_2^3=\frac{1}{2}\left(\ln\frac{1}{2}-\ln\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}=\ln\sqrt{\frac{3}{2}}$$

Ход работы

В - 1	№ 1
В – 2	№ 2
В – 3	№ 3
В – 4	№ 4
В – 5	№ 5
В – 6	№ 6
В – 7	№ 7
В – 8	№ 8
В – 9	№ 9
В - 10	№ 10
В - 11	№ 11
В - 12	№ 12
В - 13	№ 13
В - 14	№ 14
В - 15	№ 15

В - 16	№ 16
В - 17	№ 17
В - 18	№ 18
В - 19	№ 19
В - 20	№ 20
В – 21	№ 21
В – 22	№ 22
В – 23	№ 23
В – 24	№ 24
В – 25	№ 25
В – 26	№ 26
В – 27	№ 27
В – 28	№ 28
В – 29	№ 29
В – 30	№ 30

Найти определенный интеграл:

1. $\int_{-1}^{2}\left(x^2-3x+7\right)dx$

2. $\int_0^1\frac{dx}{e^{2x}}$

3. $\int_{-1}^{3}\left(1-2x+3x^2\right)dx$

4. $\int_1^4\left(2x^2-3x-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx$

5. $\int_{-1}^{1}\left(1-\sqrt[3]{x^2}\right)dx$

6. $\int_1^4\frac{x+1}{\sqrt{x}}dx$

7. $\int_1^8\left(4x-\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right)dx$

8. $\int_0^1\frac{dx}{1+x^2}$

10. $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{128x dx}{\left(x^2+1\right)^5}$

11. $\int_0^{\sqrt{3}}6\sqrt{x^4+16}x^3 dx$

12. $\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x dx}{2\sqrt{1+x^2}}$

13. $\int_2^4\frac{15x dx}{\left(x^2-1\right)^3}$

14. $\int_0^{\pi/2}\frac{\cos x dx}{2+\sin x}$

15. $\int_0^{\pi/3}\frac{\sin x dx}{3-\cos x}$

16. $\int_0^1\frac{6x^2 dx}{1+2x^3}$

17. $\int_0^1\frac{e^x dx}{e^x+5}$

9. $\int_{0}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{9+x^2}$

18. $\int_{1/2}^{2} (2x-1)^3 dx$

19. $\int_{1}^{3} \frac{dx}{3+x^2}$

25. $\int_{\pi/6}^{\pi/4} \sin 2x dx$

20. $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{\cos^2 x}$

26. $\int_{0}^{3\pi/2} \cos\frac{x}{3} dx$

21. $\int_{0}^{7} \frac{dx}{\sqrt[3]{(8-x)^2}}$

27. $\int_{3}^{4} \frac{dx}{x^2-3x+2}$

22. $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{2\sin x dx}{(1-\cos x)^2}$

28. $\int_{0}^{4} \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$

23. $\int_{2\sqrt{2}}^{4} 3x\sqrt{x^2-7} dx$

29. $\int_{0}^{1} \frac{dx}{6-5x+x^2}$

24. $\int_{-1}^{2} (x^2-1)^3 x dx$

30. $\int_{3}^{4} \frac{dx}{25-x^2}$

Контрольные вопросы

1. Что называется определенным интегралом?
2. Перечислите методы интегрирования.

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Записать ответы на контрольные вопросы.

Практическая работа № 7

Тема. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форм.
Цель: закрепить ранее изученный материал по теме «Действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде»;

Студент должен знать:
- формулы вычисления над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.

Студент должен уметь:
- выполнять действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.

Теоретическое обоснование

Комплексным числом называется выражение $a+bi$, где a и b – действительные числа, а I – некоторый символ.

Суммой комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 + z_2 = (a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$$

Разностью комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 - z_2 = (a+bi)-(c+di) = (a-c)+(b-d)i$$

Произведением комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 \cdot z_2 = (a+bi)\cdot(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

Частным комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a+bi)}{(c+di)}\cdot\frac{(c-di)}{(c-di)} = \frac{ac+cbi-adi-bd(i)^2}{c^2-(di)^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{cb-ad}{c^2+d^2}i$$

Модулем комплексного числа $z = a+bi$ называется число

$$|z| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$$

Аргумент φ комплексного числа $z = a+bi$ записывается так:

$$\varphi = \arg z = \arg(a+bi)$$

Значения аргумента комплексного числа можно находить так:
1) определить, в какой четверти находится точка $z = a+bi$ (использовать геометрическую интерпретацию числа $z = a+bi$);
2) найти в этой четверти угол φ*:*

$$tg\varphi = \frac{b}{a};$$

3) найти все значения аргумента числа z по формуле

$$\arg z = \varphi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

<u>Пример № 1.</u> Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа $z = 1 + i$

Решение:

Здесь $a = 1, \quad b = 1$ (точка, изображающая данное число, лежит в I четверти);

$r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$; $\quad tg\varphi = \frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1$; $\quad \varphi = \frac{\pi}{4} = 45^*$

<u>Пример № 2.</u> Выполнить действия $z_1 = 4 + 2i$; $\quad z_2 = 1 - 5i$

Решение:

1) $z_1 + z_2 = (4 + 2i) + (1 - 5i) = (4 + 1) + (2i - 5i) = 5 - 3i$;

2) $z_1 - z_2 = (4 + 2i) - (1 - 5i) = (4 - 1) + (2i + 5i) = 3 + 7i$;

3) $z_1 \cdot z_2 = (4 + 2i) \cdot (1 - 5i) = 4 \cdot 1 + 1 \cdot 2i - 4 \cdot 5i - 2i \cdot 5i = 4 + 2i - 20i - 10(i)^2 =$
$= 4 + 10 - 18i = 14 - 18i$;

4) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{(4 + 2i)}{(1 - 5i)} \cdot \frac{(1 + 5i)}{(1 + 5i)} = \frac{(4 \cdot 1) + (1 \cdot 2i) + (4 \cdot 5i) + (2i \cdot 5i)}{(1 - 5i) \cdot (1 + 5i)} = \frac{4 + 2i + 20i + 10(i)^2}{1^2 - (5i)^2} =$
$= \frac{4 - 10 + 22i}{1 + 25} = -\frac{6}{26} + \frac{22}{26} i = -\frac{3}{13} + \frac{11}{13} i$

Ход работы

В - 1	№ 1	№ 31
В – 2	№ 2	№ 32
В – 3	№ 3	№ 33
В – 4	№ 4	№ 34
В – 5	№ 5	№ 35
В – 6	№ 6	№ 36
В – 7	№ 7	№ 37
В – 8	№ 8	№ 38
В – 9	№ 9	№ 39
В - 10	№ 10	№ 40
В - 11	№ 11	№ 41
В - 12	№ 12	№ 42
В - 13	№ 13	№ 43
В - 14	№ 14	№ 44
В - 15	№ 15	№ 45

В - 16	№ 16	№ 46
В - 17	№ 17	№ 47
В - 18	№ 18	№ 48
В - 19	№ 19	№ 49
В - 20	№ 20	№ 50
В – 21	№ 21	№ 51
В – 22	№ 22	№ 52
В – 23	№ 23	№ 53
В – 24	№ 24	№ 54
В – 25	№ 25	№ 55
В – 26	№ 26	№ 56
В – 27	№ 27	№ 57
В – 28	№ 28	№ 58
В – 29	№ 29	№ 59
В – 30	№ 30	№ 60

Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа:

1. $z = -5i$

2. $z = 2 + i$

7. $z = -3 - 4i$

8. $z = 0{,}2 + 0{,}1i$

3. $z = 2 - 2i$
4. $z = 4i$
5. $z = 2 - 3i$
6. $z = 2 + 3i$
13. $z = 5 - 4i$
14. $z = 3 + 2i$
15. $z = 1 + i$
16. $z = 4 + 5i$
17. $z = -3 - 8i$
18. $z = 7 + 4i$
19. $z = -6 + 2i$
20. $z = 6 - 2i$
21. $z = 5 + 6i$
9. $z = 0{,}8 - 1{,}1i$
10. $z = 3 + 4i$
11. $z = 3 - 4i$
12. $z = 10 - 5i$
22. $z = 7 + i$
23. $z = -2 + 8i$
24. $z = 2 - 9i$
25. $z = 8i$
26. $z = 5 + 4i$
27. $z = -7 + i$
28. $z = 6 - 5i$
29. $z = 15 - 3i$
30. $z = -5 - 8i$

Выполнить действия:

31. $z = -5i$ и $z = -5 - 8i$
32. $z = 2 + i$ и $z = 15 - 3i$
33. $z = 2 - 2i$ и $z = 6 - 5i$
34. $z = 4i$ и $z = -7 + i$
35. $z = 2 - 3i$ и $z = 5 + 6i$
36. $z = 2 + 3i$ и $z = 5 + 4i$
37. $z = -3 - 4i$ и $z = 0{,}2 + 0{,}1i$
38. $z = 0{,}2 + 0{,}1i$ и $z = 0{,}8 - 1{,}1i$
39. $z = 0{,}8 - 1{,}1i$ и $z = 10 - 5i$
40. $z = 0{,}8 - 1{,}1i$ и $z = 4i$
41. $z = 10 - 5i$ и $z = 2 + i$
42. $z = 5 - 4i$ и $z = 3 + 2i$
43. $z = 1 + i$ и $z = -5i$
44. $z = -3 - 8i$ и $z = 8i$
45. $z = 5 + 6i$ и $z = 3 - 4i$
46. $z = 5 + 6i$ и $z = -5i + 5$
47. $z = -8 - 2i$ и $z = 4 + 5i$
48. $z = 2i - 3$ и $z = 2 + 3i$
49. $z = 1 + 2i$ и $z = 2 - 9i$
50. $z = 3 - 4i$ и $z = 2 - 9i$
51. $z = 10 - 5i$ и $z = 7 + 4i$
52. $z = 5 + 4i$ и $z = -3 - 8i$
53. $z = 7 + i$ и $z = -5 - 8i$
54. $z = -2 + 8i$ и $z = -3 - 8i$
55. $z = 2 - 9i$ и $z = 6 - 2i$
56. $z = 5 + 4i$ и $z = 7 + i$
57. $z = -7 + i$ и $z = 10 - 5i$
58. $z = 6 - 5i$ и $z = 15 - 3i$
59. $z = 15 - 3i$ и $z = -3 - 4i$
60. $z = -5 - 8i$ и $z = -3 - 8i$

Контрольные вопросы

1. Что такое модуль комплексного числа?
2. Как найти аргумент комплексного числа?

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на контрольные вопросы.

Практическая работа № 8

Тема. Действия с матрицами
Цель: сформировать умение выполнять основные операции над матрицами

Студент должен знать:
- основные методы и понятия математического анализа, линейной алгебры

Студент должен уметь:
- производить действия над матрицами и определителями;

Теоретические сведения к практической работе

Определение. **<u>Матрицей</u> размером n×m** называется прямоугольная таблица, составленная из n m чисел и имеющая n строк и m столбцов. Числа α_{ij}, составляющие матрицу, называются <u>элементами матрицы</u>

$$A=(\alpha_{ij})=\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \ldots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \ldots & \alpha_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \ldots & \alpha_{mn} \end{pmatrix}.$$

Определение. Матрицу A^t называют ***<u>транспонированной</u>*** по отношению к матрице *A,* если она получена из матрицы *A* заменой строк этой матрицы её столбцами, и, наоборот, столбцов строками.

$$A^T=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \ldots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \ldots & a_{m2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{1n} & a_{2n} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}=\left(a_{ij}\right)_{n\times m}.$$

Пример, $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$, $A^T=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.

Определение. Квадратная матрица называется треугольной, если все ее элементы, размещенные над главной диагональю (под ней), равны нулю, т.е.

$$A_1=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$$ - *верхняя треугольная матрица,*

$$A_2=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$ – *нижняя треугольная матрица.*

Определение. Матрица, все элементы которой равны нулю, называется *<u>нуль-матрицей.</u>*

Матрица-строка $A=\left(a_{11},a_{12},\ldots,a_{1n}\right)$, матрица-столбец $B=\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \ldots \\ b_{m1} \end{pmatrix}$.

Операции над матрицами.

1) Пусть матрицы $A_{m\times n}$ и $B_{m\times n}$ одинаковой размерности. Суммой матриц A *и* B *называется матрица* $C_{m\times n}$ той же размерности, каждый элемент которой равен сумме соответствующих элементов матрицы A *и* B.

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \text{ для всех } i \text{ и } j.$$

2) *Разностью матриц* $A_{m\times n}$ *и* $B_{m\times n}$ одинаковой размерности *называется матрица* $C_{m\times n}$ той же размерности, каждый элемент которой рамен разности соответствующих элементов матрицы A *и* B.

$$c_{ij} = a_{ij} - b_{ij} \text{ для всех } i \text{ и } j.$$

3) *Произведением матриц* A *на число* λ *называется матрица* C, каждый элемент которой равен $c_{ij} = \lambda a_{ij}$.

4) Матрицу A можно умножить на матрицу B ($A \cdot B = C$) лишь в то случае, когда число столбцов первой матрицы $A_{m\times \underline{n}}$ равно число строк второй матрицы $B_{\underline{n}\times l}$, т.е. $A_{m\times n} \cdot B_{n\times l} = C_{m\times l}$. При этом каждый элемент матрицы-произведения C определяется так:

$$c_{ij} = (a_{i1}\ a_{i2}\ \dots\ a_{in}) \cdot \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{pmatrix} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}, \text{ для всех } i \text{ и } j.$$

Т.е., элемент c_{ij} равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы A на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B.

Найти произведение матрицы-строки и матрицы-столбца:

Пример 1.

1) $(5\ \ -3) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 5 \cdot 2 + (-3) \cdot 4 = 10 - 12 = -2$,

2) $(1\ \ -1\ \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 1 \cdot 4 + (-1) \cdot 3 + 3 \cdot (-2) = 4 - 3 - 6 = -5$,

3) $(-4\ \ 1\ \ -8) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = (-4) \cdot 2 + 1 \cdot (-5) + (-8) \cdot 0 = -8 - 5 = -13$,

4) $(-2\ \ 0\ \ 5\ \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = (-2) \cdot 3 + 0 \cdot (-4) + 5 \cdot 0 + 1 \cdot 5 = -6 + 5 = -1$,

5) $(7\ \ -1\ \ 0\ \ 2\ \ -3) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = 7 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 + 0 \cdot 8 + 2 \cdot (-4) + (-3) \cdot (-2) = -2 - 8 + 6 = -4$.

Пример 2

Для заданных матриц A, B, C найти матрицы $3A + 2B$, C^T, AB, BA, $C^T B$, $AB + E$, $BA - 4C$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix},\ \tilde{N} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

Решение

1.1) $3A+2B=3\cdot\begin{pmatrix}2&3&-4\\-1&-1&3\\1&-2&5\end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix}1&0&3\\3&-1&1\\1&2&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&9&-12\\-3&-3&9\\3&-6&15\end{pmatrix}+$

$$+\begin{pmatrix}2&0&6\\6&-2&2\\2&4&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6+2&9+0&-12+6\\-3+6&-3-2&9+2\\3+2&-6+4&15+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&9&-6\\3&-5&11\\5&-2&15\end{pmatrix};$$

1.2) $C^T=\begin{pmatrix}1&-1&0\\3&-1&2\\-2&0&-3\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}1&3&-2\\-1&-1&0\\0&2&-3\end{pmatrix};$

1.3) $A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}2&3&-4\\-1&-1&3\\1&-2&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2&3&-4\\-1&-1&3\\1&-2&5\end{pmatrix}=$

$$=\begin{pmatrix}2\cdot2+3\cdot(-1)+(-4)\cdot1&2\cdot3+3\cdot(-1)+(-4)\cdot(-2)&2\cdot(-4)+3\cdot3+(-4)\cdot5\\(-1)\cdot2+(-1)\cdot(-1)+3\cdot1&(-1)\cdot3+(-1)\cdot(-1)+3\cdot(-2)&(-1)\cdot(-4)+(-1)\cdot3+3\cdot5\\1\cdot2+(-2)\cdot(-1)+5\cdot1&1\cdot3+(-2)\cdot(-1)+5\cdot(-2)&1\cdot(-4)+(-2)\cdot3+5\cdot5\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}4-3-4&6-3+8&-8+9-20\\-2+1+3&-3+1-6&4-3+15\\2+2+5&3+2-10&-4-6+25\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3&11&-19\\2&-8&16\\9&-5&15\end{pmatrix};$$

1.4) $A\cdot B=\begin{pmatrix}2&3&-4\\-1&-1&3\\1&-2&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&3\\3&-1&1\\1&2&0\end{pmatrix}=$

$$=\begin{pmatrix}2\cdot1+3\cdot3+(-4)\cdot1&2\cdot0+3\cdot(-1)+(-4)\cdot2&2\cdot3+3\cdot1+(-4)\cdot0\\(-1)\cdot1+(-1)\cdot3+3\cdot1&(-1)\cdot0+(-1)\cdot(-1)+3\cdot2&(-1)\cdot3+(-1)\cdot1+3\cdot0\\1\cdot1+(-2)\cdot3+5\cdot1&1\cdot0+(-2)\cdot(-1)+5\cdot2&1\cdot3+(-2)\cdot1+5\cdot0\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}2+9-4&-3-8&6+3\\-1-3+3&1+6&-3-1\\1-6+5&2+10&3-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&-11&9\\-1&7&-4\\0&12&1\end{pmatrix};$$

1.5) $B\cdot A=\begin{pmatrix}1&0&3\\3&-1&1\\1&2&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2&3&-4\\-1&-1&3\\1&-2&5\end{pmatrix}=$

$$=\begin{pmatrix}1\cdot2+0\cdot(-1)+3\cdot1&1\cdot3+0\cdot(-1)+3\cdot(-2)&1\cdot(-4)+0\cdot3+3\cdot5\\3\cdot2+(-1)\cdot(-1)+1\cdot1&3\cdot3+(-1)\cdot(-1)+1\cdot(-2)&3\cdot(-4)+(-1)\cdot3+1\cdot5\\1\cdot2+2\cdot(-1)+0\cdot1&1\cdot3+2\cdot(-1)+0\cdot(-2)&1\cdot(-4)+2\cdot3+0\cdot5\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}2+3&3-6&-4+15\\6+1+1&9+1-2&-12-3+5\\2-2&3-2&-4+6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&-3&11\\8&8&-10\\0&1&2\end{pmatrix}.$$

Подчеркнем еще раз, что $AB\neq BA$.

1.6) $C^T\cdot B=\begin{pmatrix}1&3&-2\\-1&-1&0\\0&2&-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&3\\3&-1&1\\1&2&0\end{pmatrix}=$

$$=\begin{pmatrix}1\cdot1+3\cdot3+(-2)\cdot1&1\cdot0+3\cdot(-1)+(-2)\cdot2&1\cdot3+3\cdot1+(-2)\cdot0\\(-1)\cdot1+(-1)\cdot3+0\cdot1&(-1)\cdot0+(-1)\cdot(-1)+0\cdot2&(-1)\cdot3+(-1)\cdot1+0\cdot0\\0\cdot1+2\cdot3-3\cdot1&0\cdot0+2\cdot(-1)-3\cdot2&0\cdot3+2\cdot1-3\cdot0\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 1+9-2 & -3-4 & 3+3 \\ -1-3 & 1 & -3-1 \\ 6-3 & -2-6 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 8 & -7 & 6 \\ -4 & 1 & -4 \\ 3 & -8 & 2 \end{pmatrix};$$

Содержание практической работы:

Задание 1. Для матриц A, B, C вычислить:

1) $3A^T-4B$, **2)** $2B^T+5A$, **3)** $AB+5E$,

4) $AC+2B^T$, **5)** $CB-2A^T$, **6)** $\left(C^T\right)^2-4E$, если

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Для матриц A, B, C вычислить:

1) $5A-2B+3C$, **2)** $2A^T-3C^T+B^T$,

3) $AB-BA$, **4)** A^2-B^2, если

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 1 & -5 & 5 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Найти произведение матриц:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$; **2)** $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 9 & 6 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$; **4)** $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$;

5) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; **6)** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \\ 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}$;

7) $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ -3 & -5 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$; **8)** $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Контрольные вопросы

1. Какая матрица называется прямоугольной?
2. Сформулируйте определение матрицы- строки и матрицы – столбца.
3. Матрица размера m x 1 называется матрицей – столбцом.
4. Обе эти матрицы называются матрицами – векторами.
5. Какая матрица называется квадратной?

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на контрольные вопросы.

Практическая работа № 9

Тема: Решение заданий на классическое определение вероятности.

Цель: показать связь независимых испытаний в теории вычислительных машин, теории автоматов, в задачах экономики и т.д.

Студент должен знать:
- формулу Бернулли;
- определение независимых испытаний, теоремы сложения и умножения.

Студент должен уметь:
- использовать формулу Бернулли в решении задачи;
- находить функцию распределения случайной величины.

Теоретическое обоснование.

Если производятся испытания, при которых вероятность появления события *А* в каждом испытании не зависит от исходов других испытаний, то такие испытания называются *независимыми относительно события А.*

Вероятность того, что в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события *А* равна p (где $0 < p < 1$), событие *А* наступит ровно k раз (безразлично, в какой последовательности), находится по формуле Бернулли:

$$P_n(k) = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}\cdot p^k \cdot q^{n-k} = C_n^k p^k q^{n-k}, \text{ где } q = 1 - p$$

Случайные события *А* и *В* называются *независимыми,* если вероятность события *В* не зависит от того, появилось ли событие *А* или нет.

Вероятность совместного появления двух независимых событий *равна произведению вероятностей этих событий.*

$$P(AB) = P(A)\cdot(B)$$

Задание № 1. Вероятность попадания четырех попаданий при шести выстрелах.

Решение:

Здесь $n = 6, \quad k = 4, \quad p = 0{,}8, \quad q = 0{,}2$. По формуле Бернулли находим

$$P_6(4) = \frac{6!}{4!\cdot(6-4)!}\cdot(0{,}8)^4\cdot(0{,}2)^{6-4} = \frac{5\cdot 6}{2}\cdot 0{,}4096\cdot 0{,}04 = 0{,}24576 \approx 0{,}246$$

Ответ: $P_6(4) \approx 0{,}246$

Задание № 2. Найти вероятность двукратного извлечения белого шара из урны, в которой из 12 шаров имеется 7 белых:

а) вынутый шар возвращается обратно в урну;

б) если вынутый шар в урну не возвращается.

Решение:

Обозначая появление белого шара первый раз символом A и второй раз символом B, будем иметь:

а) события A и B независимы и $P(A)=P(B)=\frac{7}{12}$.

Поэтому P (и A, и B) = $P(A)\cdot P(B)=\frac{7}{12}\cdot\frac{7}{12}=\frac{49}{144}\approx 0{,}3$

б) события A и B зависимы и $P(A)=\frac{7}{12}$, а $P_A(B)=\frac{6}{11}$.

Поэтому P (и A, и B) = $P(A)\cdot P_A(B)=\frac{7}{12}\cdot\frac{6}{11}=\frac{7}{22}\approx 0{,}32$

Задание № 3. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 3 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,9.

Решение:

Случайная величина X – число попаданий в цель при 3 выстрелах – может принимать значения 0, 1, 2, 3, а соответствующие им вероятности находим по формуле Бернулли $P_n(k)=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}\cdot p^k\cdot q^{n-k}=C_n^k p^k q^{n-k}$

$$P(X=0)=C_3^0\cdot 0{,}9^0\cdot 0{,}1^3=0{,}001$$
$$P(X=1)=C_3^1\cdot 0{,}9^1\cdot 0{,}1^2=0{,}027$$
$$P(X=2)=C_3^2\cdot 0{,}9^2\cdot 0{,}1^1=0{,}243$$
$$P(X=3)=C_3^3\cdot 0{,}9^3\cdot 0{,}1^0=0{,}729$$

Итак, искомый закон распределения имеет вид:

X	0	1	2	3
p	0,001	0,027	0,243	0,729

Ход работы:

В - 1	№ 1	№ 31
В - 2	№ 2	№ 32
В – 3	№ 3	№ 33
В – 4	№ 4	№ 34
В – 5	№ 5	№ 35
В – 6	№ 6	№ 36
В – 7	№ 7	№ 37
В – 8	№ 8	№ 38
В – 9	№ 9	№ 39
В – 10	№ 10	№ 40
В – 11	№ 11	№ 41
В – 12	№ 12	№ 42
В – 13	№ 13	№ 43
В – 14	№ 14	№ 44
В – 15	№ 15	№ 45

В - 16	№ 16	№ 46
В - 17	№ 17	№ 47
В – 18	№ 18	№ 48
В – 19	№ 19	№ 49
В – 20	№ 20	№ 50
В – 21	№ 21	№ 51
В – 22	№ 22	№ 52
В – 23	№ 23	№ 53
В – 24	№ 24	№ 54
В – 25	№ 25	№ 55
В – 26	№ 26	№ 56
В – 27	№ 27	№ 57
В – 28	№ 28	№ 58
В – 29	№ 29	№ 59
В – 30	№ 30	№ 60

Решить задачу.

№ 1. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем 5 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу 3 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете (событие A)

№ 2. Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,8, для третьего – 0,9. Найти вероятность p того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.

№ 3. В квартире 6 электролампочек. Вероятность того, что каждая лампочка останется исправной в течение года, равна 5 / 6. Найти вероятность того, что в течение года придется заменить 2 лампочки.

№ 4. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 1 / 5. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов не будет ни одного попадания.

№ 5. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,9. Найти вероятность 5 попаданий при 6 выстрелах.

№ 6. В ящике находятся 80 стандартных и 20 нестандартных деталей. Найти вероятность того, что из 5 взятых наудачу деталей не менее 4 окажутся стандартными.

№ 7. Для нормальной работы станции скорой медицинской помощи требуется не менее 8 автомашин, а их имеется 10. Найти вероятность нормальной работы станции в ближайший день, если вероятность ежедневной неисправности каждой автомашины равна 0,1.

№ 8. В урне 20 шаров: 15 белых и 5 черных. Вынули подряд 5 шаров, причем каждый вынутый шар возвращается в урну и перед извлечением следующего шары в урне тщательно перемешиваются. Найти вероятность того, что из 5 вынутых шаров будет 2 белых.

№ 9. Вероятность того, что расход электроэнергии в техникуме в течение одних суток не превысит установленной нормы, равна $p = 0{,}85$. Найти вероятность того, что в ближайшие 25 суток расход электроэнергии в течение 20 суток не превысит нормы.

№ 10. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 3 раза?

№ 11. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из 5 посеянных семян взойдет 3?

№ 12. Найти вероятность того, что событие A появится не менее 3 раз в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна 0,4.

№ 13. По мишени производится 100 выстрелов. Каково наивероятнейшее число попаданий, если вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна *5/6*?

№ 14. По мишени производится 100 выстрелов. Каково наивероятнейшее число попаданий, если вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна *1/6*?

№ 15. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 4 раза?

№ 16. В приборе 4 лампы. Вероятность выхода из строя в течение года для каждой лампы равна 1/6. Какова вероятность того, что в течение года придется заменить не менее половины всех ламп?

№ 17. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность 4 попаданий при 6 выстрелах.

№ 18. Вероятность того, что расход электроэнергии в техникуме в течение одних суток не превысит установленной нормы, равна $p = 0{,}25$. Найти вероятность того, что в ближайшие 15 суток расход электроэнергии в течение 5 суток не превысит нормы.

№ 19. В квартире 4 электролампочки. Вероятность того, что каждая лампочка останется исправной в течение года, равна 1/2. Найти вероятность того, что в течение года придется заменить 2 лампочки.

№ 20. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что из 12 посеянных семян взойдет 10?

№ 21. Для нормальной работы станции скорой медицинской помощи требуется не менее 6 автомашин, а их имеется 9. Найти вероятность нормальной работы станции в ближайший день, если вероятность ежедневной неисправности каждой автомашины равна 0,1.

№ 22. В ящике находятся 30 стандартных и 20 нестандартных деталей. Найти вероятность того, что из 6 взятых наудачу деталей не менее 4 окажутся стандартными.

№ 23. Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,2, для второго – 0,4, для третьего – 0,4. Найти вероятность p того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.

№ 24. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 20 учебников, причем 15 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу 5 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете (событие A)

№ 25. В урне 20 шаров: 10 белых и 10 черных. Вынули подряд 6 шаров, причем каждый вынутый шар возвращается в урну и перед извлечением следующего шары в урне тщательно перемешиваются. Найти вероятность того, что из 6 вынутых шаров будет 3 белых.

№ 26. Для нормальной работы станции скорой медицинской помощи требуется не менее 5 автомашин, а их имеется 10. Найти вероятность нормальной работы станции в ближайший день, если вероятность ежедневной неисправности каждой автомашины равна 0,3.

№ 27. На книжной полке произвольным образом расставлены 8 книг. Вычислите вероятность того, что 3 определенные книги окажутся поставленными рядом.

№ 28. Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,1, для второго – 0,3, для третьего – 0,6. Найти вероятность p того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.

№ 29. В ящике находятся 20 стандартных и 10 нестандартных деталей. Найти вероятность того, что из 5 взятых наудачу деталей не менее 3 окажутся стандартными.

№ 30. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем 8 из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу 4 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете (событие A)

Составить закон распределения.

№ 31. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,1.

№ 32. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 5 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,2.

№ 33. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,3.

№ 34. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4.

№ 35. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 9 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,2.

№ 36. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 5 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8.

№ 37. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4.

№ 38. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,9.

№ 39. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8.

№ 40. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 5 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8.

№ 41. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,25.

№ 42. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,01.

№ 43. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,02.

№ 44. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,03.

№ 45. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,04.

№ 46. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 6 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,08.

№ 47. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,01.

№ 48. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 8 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,02.

№ 49. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,03.

№ 50. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 4 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,1.

№ 51. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 8 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,04.

№ 52. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 10 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,1.

№ 53. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 10 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,01.

№ 54. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 10 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,2.

№ 55. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 9 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,2.

№ 56. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 8 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,001.

№ 57. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 9 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,02.

№ 58. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,001.

№ 59. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 7 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,02.

№ 60. Составить закон распределения числа попаданий в цель при 8 выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,03.

Контрольные вопросы

1. Вероятность каких событий можно вычислить по формуле Бернулли?
2. Какое распределение называется биномиальным?
3. Напишите формулу Бернулли.

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на контрольные вопросы.

Список литературы

Основные источники:

1. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для СПОР/ Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 439 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09108-3. — URL : https://biblio-online.ru/bcode/434515 (дата обращения: 04.02.2020). — Текст : электронный.

2. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 320 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09135-9. — URL : https://biblio-online.ru/bcode/434516 (дата обращения: 04.02.2020). — Текст : электронный.

Дополнительные источники :

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для СПО / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 406 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08569-3. — URL : https://biblio-online.ru/bcode/433789 (дата обращения: 04.02.2020). — Текст : электронный.